МЕТОДИЧЕСКАЯ ЛИТЕРАТУРА

Министерство образования и науки Украины

Харьковский национальный университет имени В.Н.Каразина

Н.И.Пятак

ТЕОРИЯ И ПРИМЕНЕНИЕ ФЕРРИТОВ НА СВЧ

Конспект лекций

СОДЕРЖАНИЕ

МАГНИТНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

В классической физике все вещества по магнитным свойствам подразделяются на три группы: диамагнетики, парамагнетики, ферромагнетики, отличающиеся величиной намагниченности (намагниченность $\vec{M}$ – магнитный момент, единицы объема вещества). Намагниченность вещества $\vec{M}$ возникает в результате более или менее параллельной ориентации элементарных магнитов, имеющихся в веществе (магнитных моментов электронных орбит и спинов).

Чтобы вызвать такую ориентации в общем случае необходимо приложить магнитное поле $\vec{H}$. Если намагниченность $\vec{M}$ сравнительно мала, то можно считать, что $\vec{M} = \chi\vec{H}$. Коэффициент χ представляет собой восприимчивость единицы объема вещества. Как известно, величина магнитной индукции связана с внешним магнитным полем следующим образом

$$\vec{B} = \left(1 + 4\pi x\right)\vec{H} = \mu\vec{H} ,$$

где $\mu = 1 + 4\pi\chi$ – магнитная проницаемость вещества. Для вакуума $\chi = 0, \quad \mu = 1$.
Формальное подразделение веществ по магнитным свойствам следующее :

I) диамагнетизм: $\chi < 0$ и по порядку величины составляет обычно $\sim 10^{-5}$, т.е. представляет собой очень малую величину

2) парамагнетизм: $\chi > 0$, но очень мало порядка 10^{-2}

3) ферромагнетизм: $\chi \gg 0$ и очень велико, μ – также велико и достигает значений сотен и тысяч.

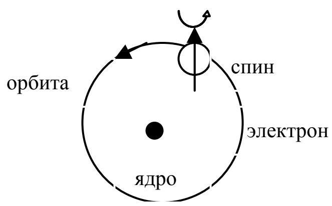
Не останавливаясь на квантовомеханической природе магнетизма можно дать следующее качественное объяснение диа –, пара –, и ферромагнетизма.

Диамагнетизм возникает как следствие орбитального движения электронов в твердом теле. При наложении внешнего магнитного поля $\vec{H}$ в атомах и ионах индуцируются магнитные моменты, направленные против этого поля. Пример – инертные газы: $He, Ne, Ar, Kr, Xe, \ldots$.

Парамагнетизм и ферромагнетизм возникают в телах не вследствие индуцирования внешним магнитным полем, а вследствие того, что существуют магнитные моменты электронных орбит и собственные магнитные моменты электронов за счет собственного вращения электрона, т.н. спина электрона.

При парамагнетизме эти элементарные магнитные моменты без внешнего поля распределены в пространстве беспорядочно, а при наложении магнитного поля в слабой степени ориентируются полем. Пример: атомы редкоземельных металло $Na, Mn.$ При ферромагнетизме магнитные моменты атомов и электронов без внешнего магнитного поля уже в какой-то мере ориентированы относительно друг друга $\left(Fe, Ni, Co\right)$. Ферромагнитные материалы бывают металлические и неметаллические.

Ферриты – это ферромагнитные полупроводники и диэлектрики. В узком смысле слова ферриты представляют собой соединения типа $MeOF_2O_3$, где $Me-$ двухвалентный металлический ион.



Ферриты широкое применение находят в радиотехнике, особенно в диапазоне СВЧ. В этой области применение ферромагнитных металлов невозможно из-за сильного поверхностного эффекта. Как орбитальное движение электрона, так и спин его сводятся электрон в конечном итоге к пространственному перемещению заряда по замкнутой траектории и с этой точки зрения аналогичны электрическому контуру с током. Вследствие этого возникает как орбитальный магнитный момент, так и спиновый магнитный момент.

По величине спиновый магнитный момент гораздо больше орбитального магнитного момента.

Диамагнетизм является наиболее естественной формой магнетизма, присущей в принципе всем веществам. Диамагнетизм является прямым следствием всеобщего закона природы, согласно которому любые изменения, приводят к возникновению сил, препятствующих этим изменениям. В нашем случае работает закон Ленца, согласно которому изменяющийся во времени магнитный поток, пронизывающий замкнутый виток, стремится остаться постоянным, так как индуцированная электродвижущая сила изменяет ток в контуре в таком направлении, чтобы препятствовать изменению магнитного потока. Иными словами при включении внешнего магнитного поля возникает вихревое электрическое поле (электромагнитная индукция), которое вызывает изменение движения электрона на орбите. При этом изменении создается магнитное поле, противоположное внешнему и, следовательно, возникает магнитный момент, направленный против внешнего поля.

Диамагнитный момент атома много меньше орбитального у электрона и поэтому обычно его учет дает очень малую поправку. Однако в том случае, когда сумма всех орбитальных и спиновых моментов оболочки равна нулю, например, для инертных газов, он выступает на первый план, так как диамагнитные моменты всех орбит направлены одинаково и складываются.

Магнитный момент, обусловленный орбитальным движением электрона, легко вычислить.

Как известно, магнитный момент μ контура в гауссовой системе

$$\mu = \frac{Is}{c} ,$$

где c – скорость света,

I – ток, связанный с орбитальным движением электрона,

$s = \pi r^2$ – площадь орбиты, r – радиус орбиты.

$$I = \frac{e}{T} = ef = \frac{e\omega}{2\pi},$$

T – период вращения электрона, ω – угловая частота, e –заряд электрона

$$\mu = \frac{e\omega}{2\pi c}\pi r^2 = \frac{e\omega r^2}{2c} = \frac{e}{2mc} m\omega r^2,$$

где m – масса электрона,

$P = mVr = m\omega r^2$ – момент количества движения электрона на орбите

$\mu = \dfrac{e}{2mc} p$, следовательно, между магнитным моментом μ, создаваемым электроном при его движении вокруг ядра и его моментом количества движения P существует универсальная связь

$$\frac{\mu}{p} = \frac{e}{2mc}.$$

Если мы накладываем внешнее магнитное поле $\vec{H}$, то движение электрона в атоме под действием магнитного поля с точностью до первого порядка относительно $\vec{H}$ происходит также, как и в отсутствие поля, только имеет место общая процессия с угловой скоростью

$$\omega_L = -\frac{e}{2mc} H.$$

Рассмотрим электрон, движущийся по орбите радиуса r вокруг неподвижного ядра. Условие равенства центробежной силы силе кулоновского притяжения дает

$$m\omega_0^2 r = \frac{e^2}{r^2},$$

откуда $\omega_0 = \left(\dfrac{e^2}{mr^3}\right)^{1/2}$.

При наличии внешнего магнитного поля, перпендикулярного к плоскости орбиты, возникает сила Лоренца $F = \dfrac{-e}{c}\left[\vec{V}\vec{H}\right]$ и, следовательно, условие равенства сил будет

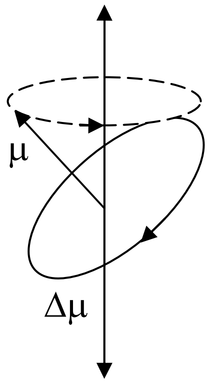
$$m\omega^2 r = \frac{e^2}{r^2} - \frac{e}{c}\omega r H,$$

$$m\omega^2 r + \frac{e}{c}\omega r H - \frac{e^2}{r^2} = 0;$$

$$\omega_{1,2} = \frac{-\frac{e}{c} rH \pm \sqrt{\left(\frac{erH}{c}\right)^2 + 4mr\frac{e^2}{r^2}}}{2mr} = -\frac{eH}{2mc} \pm \sqrt{\left(\frac{eH}{2mc}\right)^2 + \left(\frac{e^2}{mr^3}\right)},$$

если $\omega_0 = \left(\frac{e^2}{mr^3}\right)^{1/2} \gg \frac{eH}{2mc}$, то $\omega_{1,2} = \pm\omega_0 - \frac{eH}{2mc} = \pm\omega_0 - \omega_L$

Таким образом электронная орбита в присутствии внешнего магнитного поля прецессирует.



Прецессия системы электронов эквивалента диамагнитному току

$$I = z\frac{e\omega_L}{2\pi}$$

где z – число электронов на орбите. Поскольку магнитный момент кругового тока равен $\mu = \frac{Is}{c}$, то для диамагнитной восприимчивости имеем

$$\chi = \frac{\mu}{\text{H}} = \frac{IS}{eH} = \frac{э}{c}\frac{e\omega_L}{2\pi\text{H}}\pi r^2 = -z\frac{er^2}{4mc^2}.$$

Таким образом, диамагнетизм связан с тенденцией электрических зарядов частично экранизировать внутреннюю часть тела от магнитного поля. По закону Ленца всякое изменение магнитного потока через электромагнитный контур индуцирует дополнительный магнитный момент, направленный против внешнего поля.

Так как все вещества имеют атомную структуру, то диамагнитный эффект возникает всегда, но так как он имеет очень малую величину, то его очень трудно наблюдать, так как затемняется другими эффектами. В чистом виде он наблюдается для веществ с четным числом электронов и скомпенсированным орбитальным магнитным моментом.

Подчеркнем, что диамагнетизм – это эффект, индуцированный в веществе внешним магнитным полем.

Диамагнетизм присущ всем веществам независимо от того, обладают ли атомы нулевым суммарным магнитным моментом, или отличным от нуля.

Парамагнетизм, т.е. положительный вклад в магнитную восприимчивость $(\chi > 0)$ присущ веществам, атомы которых обладают отличным от нуля суммарным магнитным моментом. Этот магнитный момент возникает у атомов вследствие неполной компенсации орбитальных и спиновых магнитных моментов электронов (например, у атомов и молекул, имеющих нечетное число электронов, т.к. в этом случае полный магнитный момент не может быть равен нулю: свободные атомы NO , Na.

Вследствие теплового движения магнитные моменты отдельных атомов и ионов в отсутствие внешнего магнитного поля ориентируются в пространстве случайным образом (при условии слабого или нулевого взаимодействия между магнитными моментами). Если такую систему слабо взаимодействующих диполей поместить в магнитное поле, то они будут стремиться расположиться вдоль магнитного поля и система приобретет некоторую результирующую намагниченность.

Это свойство отдельных независимых диполей ориентироваться во внешнем поле и создавать намагниченность называется парамагнетизмом.

Рассмотрим классическую теорию парамагнетизма Ланжевена. Ланжевен рассмотрел модель парамагнитного вещества в виде слабо взаимодействующих частиц, обладающих магнитным диполем. Под действием магнитного поля в среде устанавливается некоторая результирующая намагниченность. В магнитном поле $\vec{H}$ каждый диполь обладает магнитной энергией: $u = -\vec{\mu}\vec{H} = -\mu H\cos\theta$, θ – угол между $\vec{\mu}$ и $\vec{H}$.

Минимальная энергия диполя в магнитном поле будет при $\theta = 0$, т.е. когда диполи ориентированы по полю. Поэтому вследствие стремления системы к минимуму потенциальной энергии все диполи будут ориентироваться по полю. Этому мешает дезориентирующее действие теплового движения. Результирующая намагниченность определяется статистическим равновесием между ориентирующим действием магнитного поля и дезориентирующим действием теплового движения.

Величину этой намагниченности можно вычислить, пользуясь законом распределения Больцмана. Вероятность того, что данная частица будет обладать энергией u пропорциональна $e^{-\frac{u}{KT}}$,

где u – энергия диполя в магнитном поле,

k – постоянная Больцмана,

Т – абсолютная температура.

Энергия магнитного диполя в магнитном поле, как известно, равна

$$u = -\vec{\mu}\vec{H} = -\mu H\cos\theta$$

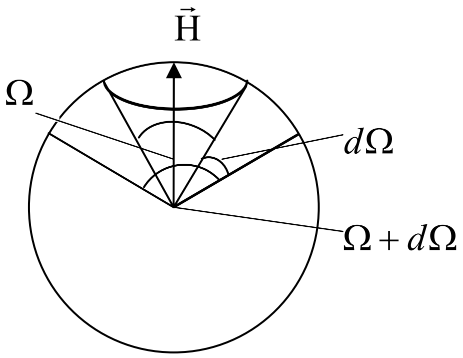
Взаимодействие магнитного момента с полем рассматривается в рамках классической теории, поэтому магнитный момент может принимать всевозможные ориентации, т.е. угол может меняться от нуля до π.

Вероятность того, что атомный диполь будет ориентирован относительно поля $\vec{H}$ под углом, заключенным между θ и $\theta + d\theta$ т.е. будет заключен внутри телесного угла $d\Omega$ – определяется законом распределения Больцмана

$$W \sim e^{-\frac{u}{KT}}d\Omega, \qquad d\Omega = 2\pi\sin\theta d\theta,$$

$$W \sim e^{-\frac{u}{KT}}2\pi\sin d\theta$$

Результирующую намагниченность создадут проекции магнитных диполей на направление внешнего магнитного поля $\vec{H} - \mu_H$, таким образом, нам надо найти среднее значение проекции магнитного момента на направление $\vec{H}$ и тем самым мы найдем парамагнитную восприимчивость вещества: $M = \overline{\mu}_H = \overline{\mu\cos\theta}$



По определению статистическое среднее некоторой величины с есть

$$\overline{c} = \frac{\int cf(c)dc}{\int f(c)dc},$$

где интегралы берутся по всем возможным значениям с, $f(c)$ – функция распределения величины с.

В нашем случае $c = \mu\cos\theta$, а функция распределения $e^{-\frac{u}{KT}}$, N – число частиц в единице объема

$$M = N\overline{\mu}_H = N\overline{\mu\cos\theta} =$$

$$= N\mu\frac{\int_0^\pi \cos\theta e^{\frac{\mu H\cos\theta}{KT}}\sin\theta d\theta}{\int_0^\pi e^{\frac{\mu H\cos\theta}{KT}}\sin\theta d\theta} = N\mu\frac{\int_0^\pi \cos\theta e^{a\cos\theta}\sin\theta d\theta}{\int_0^\pi e^{a\cos\theta}\sin\theta d\theta},$$

где обозначено $a = \frac{\mu H}{KT}$

Возьмем интеграл в знаменателе:

$$1)\int_0^\pi e^{a\cos\theta}\sin\theta d\theta = -\frac{1}{a}\int_0^\pi e^{a\cos\theta}d(a\cos\theta) = \frac{-1}{a}\int_0^\pi e^{a\cos\theta}d(a\cos\theta) =$$

$$= \frac{-1}{a}\int_0^\pi e^{a\cos\theta}\Big|_0^\pi = \frac{-1}{a}\left(e^{-a} - e^{a}\right) = \frac{2}{a}sha;$$

Интеграл числителя:

$$2)\int_0^\pi e^{a\cos\theta}\cos\theta\sin\theta d\theta = -\frac{1}{a^2}\int_0^\pi e^y dy = -\frac{1}{a^2}\int_0^\pi yd\left(e^y\right) = -\frac{1}{a^2}\left\{ye^y\Big|_0^\pi - \int_0^\pi e^y dy\right\} =$$

$$= -\frac{1}{a^2}\left\{ye^y\Big|_0^\pi + a\int_0^\pi e^{a\cos\theta}\sin\theta d\theta\right\} = -\frac{1}{a^2}\left\{a\cos\theta e^{a\cos\theta}\Big|_0^\pi + 2sha\right\} =$$

$$= -\frac{1}{a^2}\left\{-a\left(e^a - e^{-a}\right) + 2sha\right\} = -\frac{2}{a^2}(sha - acha)$$

Теперь можно написать, что

$$M = \frac{N\mu\frac{2}{a^2}(acha - sha)}{\frac{2}{a}sha} = \frac{N\mu}{a}(actha - 1) = N\mu\left(ctha - \frac{1}{a}\right).$$

Обозначим функцию Ланжевена $L = ctha - \frac{1}{a}$,

тогда $M = N\mu L(a)$ – величина $M_s = N\mu$ – намагниченность насыщения, тогда

$$M = M_s L(a) = M_s L\left(\frac{\mu H}{kT}\right)$$

Если все магнитные моменты частиц устанавливаются вдоль поля, намагниченность вещества больше не меняется, достигая своего максимального значения M_s

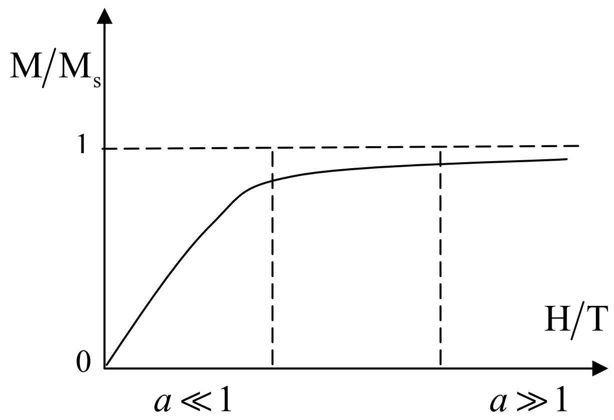
Проанализируем поведение функции Ланжевена при малых и больших $\left|\vec{H}\right|$ или соответственно больших и малых Т.

1) сначала рассмотрим $\frac{\mu H}{kT} \ll 1$,тогда для $ctha$ есть ряд

$ctha = \frac{1}{a} + \frac{a}{3} + \ldots$ следовательно $L(a) = \frac{a}{3}$, намагниченность $M = M_s \frac{a}{3} = M_s \frac{\mu H}{3kT}$.

Парамагнитная восприимчивость $\chi = \frac{\mathrm{M}}{\mathrm{H}} = \mathrm{M_s}\frac{\mu}{3\mathrm{kT}} = \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{T}}$, где

$C = \frac{M_s \mu}{3k}$ называется постоянной Кюри.



2) При $\frac{\mu H}{kT} \gg 1$ функция Ланжевена $L(a) \to 1$ и соответственно $M \to M_s$.

Поэтому график зависимости M от $\frac{H}{T}$ можно представить в виде. Закон Кюри – Ланжевена утверждает, что магнитная восприимчивость изменяется обратно – пропорционально температуре. Основное предположение изложенной теории: малое магнитное взаимодействие между магнитными моментами.

ФЕРРОМАГНЕТИЗМ

Мы называем вещество ферромагнитным, если оно обладает самопроизвольным магнитным моментом, т.е. обладает магнитным моментом даже в отсутствие внешнего магнитного поля. Точкой Кюри T_c ферромагнетика называется температура, выше которой самопроизвольная намагниченность исчезает, т.е. вещество становится парамагнитным.

Если бы в парамагнитном веществе в отсутствие внешнего поля существовало взаимодействие, заставляющее ионные и атомные магнитные моменты ориентироваться в одном направлении, то получилось бы ферромагнитное вещество.

Предположим, что такое поле существует. На этом предположении основана классическая теория ферромагнетизма, основанная Вейсом. Изложим основные моменты феноменологической теории ферромагнетизма.

Вейс предположил, что в ферромагнетике существует очень сильное эффективное внутреннее поле, названное им молекулярным полем (т.н. поле Вейса). Предположим, что именно это поле Вейса и приводит к параллельному расположению магнитных моментов атомов. Порядок величины этого эффективного поля можно оценить, исходя из температуры точки Кюри T_c. Естественно предположить, что при температуре Кюри энергия тепловых колебаний становится равной энергии взаимодействия электронов, обуславливающей параллельное расположение их спинов (или иными словами энергии взаимодействия спинов с полем Вейса). Энергию взаимодействия можно принять равной $\mu_B H_E$, где μ_B – магнетон Бора, H_E – поле Вейса.

$$\mu_B = \frac{e}{2mc}\frac{h}{2\pi} = \frac{eh}{4\pi mc} = 9.27 \cdot 10^{-21}\,\frac{эрг}{гс}$$

Энергия тепловых колебаний равна равна $\mathrm{KT_c}$, где $\mathrm{K}-$ постоянная Больцмана. Приравнивая эти энергии друг другу, получим $KT_c \simeq \mu_B H_E$ или

$$H_E = \frac{KT_c}{\mu_B}$$

Для железа $\mathrm{T_c} \sim 1000^0\mathrm{K}$ и $\mathrm{H_E} = \dfrac{10^{-16}\cdot 10^3}{10^{-20}} = 10^7$ эрстед

Это поле значительно больше тех полей, которые можно получить в лаборатории. Молекулярное поле не имеет классического аналога и не может быть непосредственно измерено. Происхождение молекулярного поля Вейса можно объяснить только исходя из квантово – механических представлений. Этим мы займемся несколько позже. Поскольку взаимодействие атомов в ферромагнитных веществах существенно иное, чем в парамагнитных, закон Кюри для парамагнетиков $\dfrac{M}{H} = \dfrac{C}{T}$; следует модифицировать, чтобы описать поведение ферромагнетика выше точки Кюри, т.е. в парамагнитной области. Вейс показал, что молекулярное поле $\mathrm{H_E}$ пропорционально намагниченности, т.е. $H_E = \lambda M$; где $\lambda -$ т.н. постоянная молекулярного поля.

Если принять, что поле внутри кристалла равно сумме внешнего и молекулярного поля, и предположить, что результирующая намагниченность пропорциональная полю, то получим $\dfrac{M}{H+\lambda M} = \dfrac{C}{T}$, или $\chi = \dfrac{M}{H} = \dfrac{C}{T-\lambda C}$

Отсюда следует, что не равная нулю намагниченность при нулевом внешнем поле появляется при температуре $T_c = C\lambda$,т.е, в точке Кюри. Таким образом, можно написать $\chi = \dfrac{\mathrm{C}}{\mathrm{T}-\mathrm{T_c}}$.

Закон Кюри – Вейса описывает поведение восприимчивости ферромагнетика в парамагнитной области, выше температуры Кюри.

КВАНТОВАЯ ПРИРОДА ФЕРРОМАГНИТНОГО СОСТОЯНИЯ

Основная особенность ферромагнетиков – наличие самопроизвольных намагниченных областей, обусловленных самопроизвольным параллельным ориентированием спинов электронов. Основные свойства ферромагнитиков можно объяснить, если предположить, что существует некое взаимодействие, приводящее к выиграшу энергии при параллельной ориентации спинов электронов. Энергия такого взаимодействия в расчете на одну частицу $E \sim KT_c \sim 10^{-16} \cdot 10^3 = 10^{-13}$ эрг $= 0{,}1$эв - энергия ответственная за магнитный порядок.

Очевидно, что самое простое предположение о природе такого взаимодействия - магнитное взаимодействие атомных магнитных моментов, т.е. так называете диполь – дипольное взаимодействие не проходит по количественным соображениям. В самом деле для создания необходимой энергии взаимодействия (0,1 эв или 10эрг) требуется магнитное поле порядка $H \sim 10^7$ эрстед. Дорфман в 1927 г. произвел прямой опыт по определению внутреннего магнитного поля в ферромагнетиках. Он исследовал отклонение пучка электронов, проходящих через намагниченную ферромагнитную фольгу. Оказалось, что внутреннее магнитное поле в ферромагнетиках $H \sim 10^4 \div 10^5$ эрстед - что на два-три порядка меньше расчетного значения, полученного в предположении диполь-дипольного взаимодействия.

Таким образом магнитное взаимодействие не может объяснить природы ферромагнетизма.

В атомных явлениях известны два рода сил - магнитные и электрические (электростатические).

Поскольку первые приходится отбросить, остается предположить, что ферромагнетизм связан с электрическими силами.

Энергия электростатического взаимодействия внешних электронов атома 10 эв, так что даже небольшой доли этой энергии достаточно для достижения необходимого энергетического эффекта. Магнитное взаимодействие, как правило, очень слабое. С помощью известного закона Кулона для электрических и магнитных сил можно сравнить электрическую $\mathrm{E}_{эл}$ и $\mathrm{E}_{\text{маг}}$ энергии взаимодействия двух частиц с зарядом, "e" и магнетоном Бора μ_{B}, находящимися на расстоянии атомного порядка $\left(a_0 \sim 10^{-8} см\right)$. Такое сравнение дает

$$\mathrm{E}_{эл} \sim \frac{e^2}{a_0} \sim \frac{10^{-20}}{10^{-8}} \sim 10^{-12} эрг,$$

$$\mathrm{E}_{маг} \sim \frac{\mu_{\mathrm{B}}^2}{a_0^3} \sim \frac{10^{-40}}{10^{-24}} \sim 10^{-16} эрг.$$

(Энергия взаимодействия 2-х магнитных моментов. $\mathrm{E}_{маг} \sim \mu_{\mathrm{B}}\mathrm{H}$, где H – поле второго магнитного момента, т.е. поле диполя, равное $H = \dfrac{\mu_{\mathrm{B}}}{a_0^3}$, поэтому $E_{маг} \sim \dfrac{\mu_5^2}{a_0^3}$).

$$\frac{\mathrm{E}_{\text{маг}}}{\mathrm{E}_{\text{эл}}} \sim 10^{-4}$$

Энергия, ответственная за магнитный порядок $E_{b_3} \sim kT_c \sim 10^{-13} эрг$,

а $E_{маг} \sim 10^{-16} эрг$, поэтому причину ферромагнетизма надо искать в электрическом взаимодействии.

В 1927 г. Френкель и Гайзенберг независимо и почти одновременно высказали предположение, что в некоторых случаях требование минимума электростатической энергии будет удовлетворяться при параллельном расположении спинов электронов.

Исходным моментом для построения квантовой теорией ферромагнетизма Гайзенбергу послужила задача о молекуле водорода, простейшей системе в которой отчетливо проявляются главные идеи ферромагнетизма.

В квантовой механике в результате решения задач получаются лишь вероятностные значения величин. Вероятность нахождения частицы в некотором интервале координат от q_1 до $q_1 + dq_1$ от q_n до $q_n + dq_n$ будет

$$W\left(q_1, q_2, ...q_n, t\right) dq_1, dq_2, ..., dq_n$$

где $W\left(q,t\right)$ – плотность вероятности.

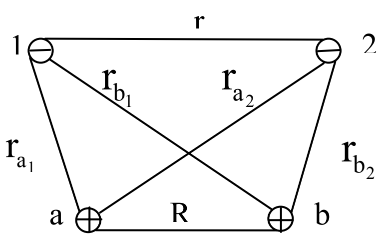
Обычно определяют не саму плотность вероятности, а некую комплексную функцию $\psi\left(\mathrm{q,t}\right)$, которая связана с плотностью вероятности определенным соотношением

$$W\left(q,t\right) = \psi\left(q,t\right)\psi^*\left(q,t\right) = \left|\psi\left(q,t\right)\right|^2$$

$\psi\left(q,t\right)$ удовлетворяет уравнению Шредингера

$$\left[\Delta + \frac{2\mathrm{m}}{\hbar^2}\left(\mathrm{E}_0 - \frac{\mathrm{e}^2}{\mathrm{r}^2}\right)\right]\psi\left(\mathrm{q}\right) = 0,$$

где $\hbar$ - постоянная Планка, где E_0 - энергия изолированного атома



Схематически молекула водорода представлена на рисунке. Из уравнения Шреденира следует, что энергия взаимодействия имеет два значения

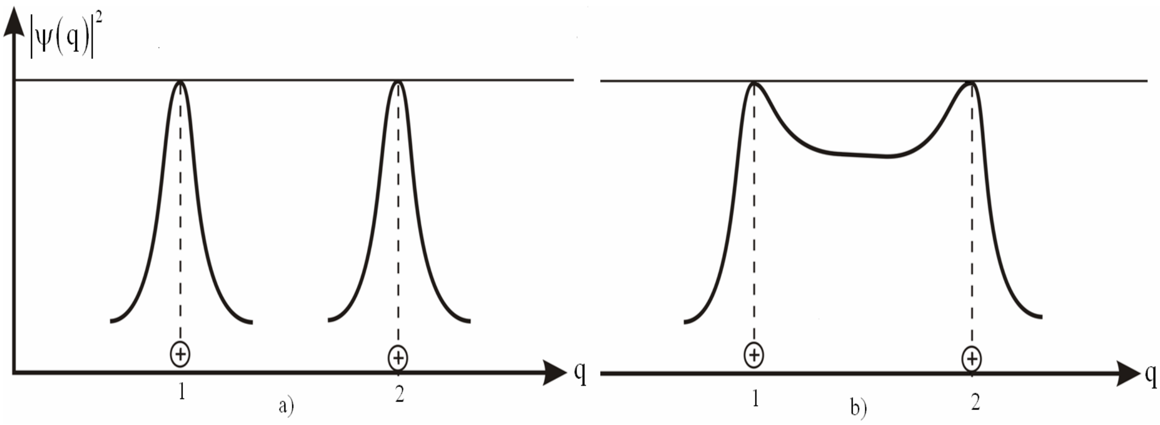
$$E_1 = 2E_0 + C - I_e,$$
$$E_2 = 2E_0 + C + I_e,$$

где С – энергия электростатического взаимодействия атомов между собой
Ie- обменный интеграл

$$C = \frac{e^2}{R} + \int\limits_{q_1}^{q_2}\left(\frac{e^2}{r} - \frac{e^2}{r_{b_1}} - \frac{e^2}{r_{a_2}}\right)\left|\psi_a\left(q_1\right)\right|^2\left|\psi_b\left(q_2\right)\right|^2 dq_1 dq_2$$

$$I_e = \int\limits_{q_1}^{q_2}\left(\frac{e^2}{r} - \frac{e^2}{r_{a_1}} - \frac{e^2}{r_{b_2}}\right)\left|\psi_a^*\left(q_1\right)\right|^2\left|\psi_b^*\left(q_2\right)\right|^2 \psi_a\left(q_2\right)\psi_b\left(q_1\right) dq_1 dq_2$$

Обменный интеграл, отражает факт принципиальной неразличимости частиц в квантовой механике, имеет электрическую природу и не имеет классического аналога.



На рисунке представлено поведение волновых функций для не взаимодействующих атомов (a) и при наличии взаимодействия(b).

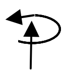
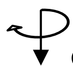
Вспомним некоторые квантово – механические представления о природе магнетизма атомов.

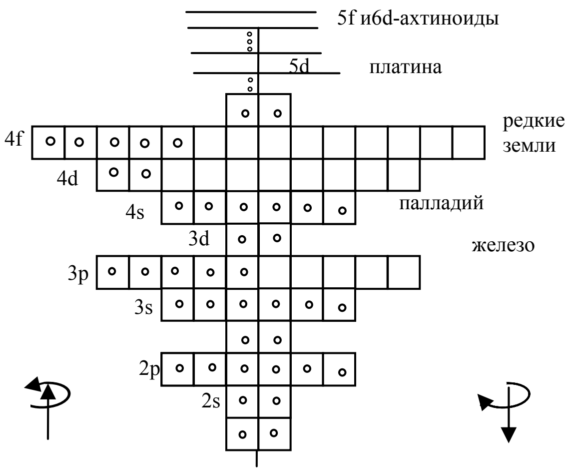
Имеется три источника магнетизма:

Орбитальное движение электронов, их собственное «вращение» (спин) и очень слабый магнетизм атомного ядра. Что ж касается действия внешнего магнитного поля, то оно оказывает два действия на атомы: индукционное действие на электронные и ядерные токи, которое по правилу Ленца создает добавочный магнитный момент, обратный по направлению к вызвавшему его полю (диамагнитный эффект) и ориентирующее действие поля на собственные магнитные моменты атомов, существующих у них и в отсутствие внешнего магнитного поля (парамагнитный эффект).

Для выяснения принципов формирования магнитных моментов атомов вспомним порядок застройки их электронных оболочек. По законам квантовой механики в оболочке атомов действует жесткое правило заселения оболочек – принцип Паули.

Электронную оболочку можно уподобить многоэтажному зданию.

Разделим его на левую и правую половину, где будем поселять электроны, соответственно с  левым и правым  спином.



В каждом этаже имеется определенное число мест – комнат: в каждую из них можно поместить лишь по одному электрону.

Каждый блок этажей соответствует одному значению главного квантового числа $n(n=1,2,3...)$, каждый этаж в блоке- определенной форме орбиты, определяем орбитальным квантовым числом $l=0,1,2,...(n-1)$, обозначенными соответственно буквами $\mathrm{s,p,d,f}$. Каждый этаж таким образом обозначается двумя символами $nl(1s,2s,2p,3s...)$.

Каждая пара комнат, симметрично расположенных относительно средней линии здания, соответствует одной из возможных $(2l+1)$ ориентацией орбиты в пространстве (пространственное квантование).

Переходя в таблице Менделеева постепенно от первого элемента (водорода) ко второму- гелию, третьему – литию и т.д. мы будем постепенно заселять «небоскреб». При этом в каждом этаже сначала заселяются комнаты с каким-нибудь одним направлением спина (правило Хунда). Правило Хунда приводит к тому, что в атомах могут возникнуть большие суммарные магнитные моменты.

Эмпирическое правило Хунда: наименьшей энергией обладает **терм** с наибольшим (при заданной конфигурации) значением суммарного спина S и наибольшим (при этом значении S) суммарным орбитальным моментом L.

В законе заполнения электронной оболочки атомов имеется важное нарушение последовательности заселения этажей. В каждом блоке с данным главным квантовым числом n последовательно заселяются лишь два этажа ns и np. Заселение же этажей с индексам nd и nf и т.д. всегда происходит с задержкой.

Оказывается, например, более выгоднее энергетически заселить прежде более высокий $4s$ – этаж, чем более низкий этаж $3d$. Это связано с тем, что энергия электронов более быстро растет с ростом орбитальных квантовых чисел l, чем с ростом главного квантового числа n.

Эти запоздалые заселения nd и nf этажей приводят к появлению в таблице Менделеева класса переходных элементов с достраивающимися внутренними слоями электронной оболочки атомов.

Всего в таблице Менделеева имеется пять групп переходных элементов: группа железа ($3d$), группа палладия $(4d)$, группа платины $(5d)$, редкие земли $(4f)$ и группа актиноидов $(5\mathrm{f}\ и\ 6\mathrm{d})$. К ним присоединяются еще трансурановые элементы. Таким образом из 92-х устойчивых элементов в таблице Менделеева 42 переходных.

Благодаря внутренней недостроенности nd и nf оболочек все атомы переходных элементов сильно магнитны в силу правила Хунда. Когда атомы соединяются в молекулы или кристаллы, то внешние этажи их оболочек сильно перестраиваются, а внутренние слабо. Это дает возможность сохранить и в кристаллическом состоянии магнетизм атомов переходных элементов. Более того, при некоторых благоприятных условиях атомные магнитные моменты в кристаллах не только сохраняются, но и упорядоченно располагаются по узлам кристаллической решетки. Такой атомный магнитный порядок существует в кристаллах лишь ниже критической температуры – точки Кюри T_c.

Различают три типа магнитных порядков:

1. параллельный или ферромагнитный;
2. антипараллельный или антиферромагнитный (с полной компенсацией магнитного момента);
3. антипараллельный ферромагнитный с отличным от нуля разностным магнитным моментом.

Прежде, чем давать характеристику каждому их этих порядков, вспомним некоторые сведения из квантовой механики, касающиеся обменного взаимодействия.

ОБМЕННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ

По определению энергия обменного взаимодействия между двумя атомами со спинами S_i и S_j.

$$\varepsilon_{обм} = -2I_e\vec{S}_i\vec{S}_j$$

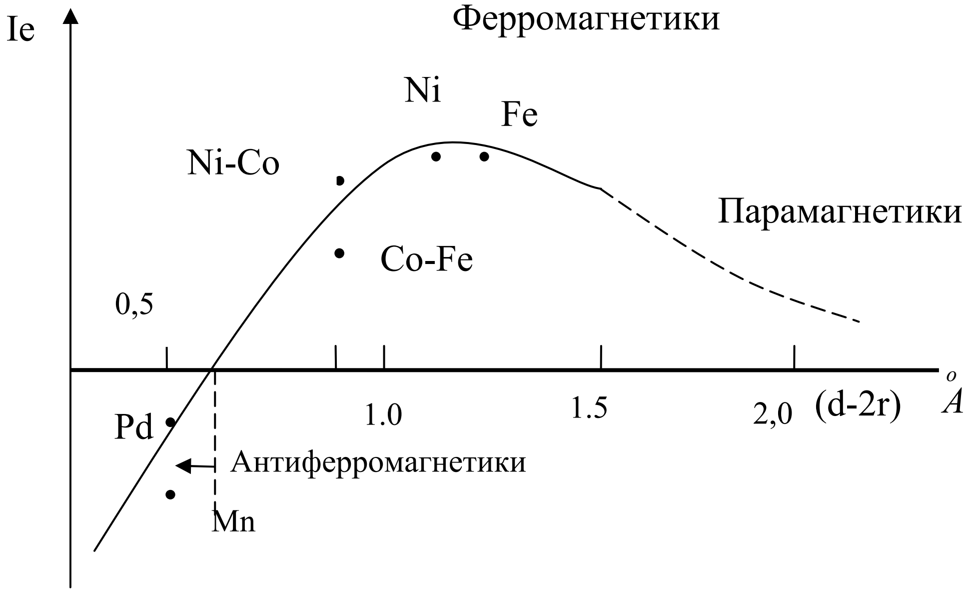
I_e– обменный интеграл, характеризующий степень перекрытия электронных оболочек этих атомов.

В выражении для обменного интеграла входят волновые функции электронов и взаимное электростатическое отталкивание между ними. Энергия обменного взаимодействия, обусловленная параллельным расположением двух спинов по своей природе чисто электростатическая. Два электрона вступают в общее владение двух ядер и согласно принципам квантовой механики становятся неразличимыми, т.к. вероятность нахождения этих электронов у каждого из ядер одинакова. Это приводит к тому, что два достаточно близких магнитных атома или иона имеют электроны с параллельным расположением спинов.

Каждый ион или атом имеет и других ближайших соседей и взаимодействует с ними и т. д. Так образуются целые области с параллельной ориентацией спинов.

Силы взаимного взаимодействия ответственные за ферромагнетизм являются близкодействующими, поскольку волновые функции электрона пропорционально убывают по мере возрастания расстояния электрона от центра иона. Поэтому величина обменного взаимодействия, характеризуемая обменным интегралом I_e, очень чувствительна к расстоянию между незаполненными электронными оболочками магнитных ионов.

Расчет показывает, что величина обменного интеграла I_e следующим образом зависит от расстояния между незаполненными электронными оболочками:



d – расстояние между центрами ионов;

r – радиус незаполненной оболочки.

Когда расстояние между неспаренными электронами соседних атомов большое, обменный интеграл имеет очень малую величину и вещество представляет собой парамагнетик. При уменьшении расстояния между атомами величина I_e растет и при некотором его значении возникает строго параллельное расположение магнитных диполей – вещество ферромагнитное. При положительном значении обменного интеграла энергетически выгодным является параллельное расположение спинов. При очень малых расстояниях между электронными оболочками обменный интеграл имеет отрицательную величину и при этом энергетически выгодной становится антипараллельная ориентация спинов электронов. Эти вещества называются антиферромагнетиками.

ФЕРРОМАГНИТНЫЙ ПОРЯДОК И РАЗЛИЧНЫЕ ТИПЫ ОБМЕННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Вещества с магнитным порядком условно могут быть разбиты на четыре группы:

1. f – металлы (редкоземельные) и сплавы;

2. d – металлы и сплавы;

3. сильно разбавленные растворы f и d – металлов в немагнитной металлической матрице;

4. неметаллические кристаллы (ферриты).

В f – металлах большую роль в установлении магнитного порядка играют электроны проводимости, бывшие валентные электроны изолированных атомов. В кристалле эти электроны коллективизируются и образуют Ферми-жидкость, омывающую решетку ионных остовов. В то же время недостроенный $4-f$ слой имеет слишком малый радиус, $4-f$ слои соседних атомов не перекрываются и не взаимодействуют друг с другом, роль активного переносчика взаимодействия соседних $4f$ слоев выполняет Ферми-жидкость электронов проводимости, которая осуществляет косвенный обмен между магнитными моментами, локализованными в узлах решетки $4-f-$ слоев, приводящих при $T<T_c$ к атомному магнитному порядку.

В случае d – металлов эффективные радиусы d – электронов большие, d – слои перекрываются и поэтому d – электроны вместе с валентными принимают участие в образовании Ферми – жидкости. Магнитный порядок при этом возникает из-за обменного взаимодействия электронов внутри системы Ферми – жидкости.

В случае неметаллов с атомным магнитным порядком мы имеем дело не с чистыми элементами, а с химическими соединениями, в которых атомы переходных элементов разделены магнитно – нейтральными ионами кислорода, фтора, серы и т.д. Локализованные внешние электронные (валентные) слои этих ионов и являются переносчиками обменной связи между магнитными ионами.

Таким образом в ферритах имеет место косвенный обмен, но не через электроны проводимости, как в случае – металлов, а через связанные электроны диамагнитной среды.

Основа всех магнитных веществ переходные элементы.

ДОМЕННАЯ СТРУКТУРА ФЕРРОМАГНИТНЫХ ТЕЛ

Вейс предположил, что ферромагнитные вещества состоят из большого числа малых областей, каждая из которых намагничена до насыщения, но при этом векторы намагниченности до насыщения называются доменами.

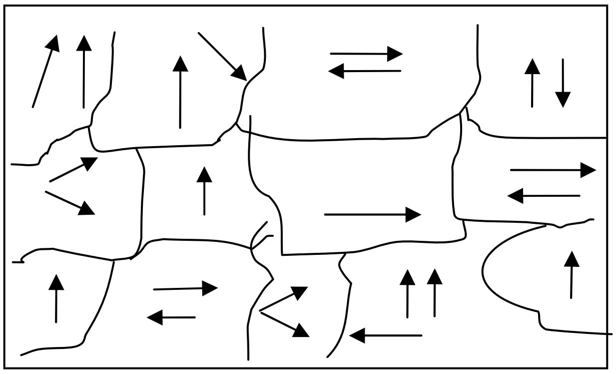
Такие домены имеются как в монокристаллических, так и в поликристаллических материалах. (В специальных условиях твердое тело может вырасти в виде единого монокристалла. Обычно в расплаве возникает большое количество центров кристаллизации, дающие начало роста большого числа отдельных кристалликов. Разрастаясь они постепенно сближаются друг с другом, срастаются и образуют конгломерат – поликристалл. Различие в ориентации срастающихся зерен приводит к возникновению межкристаллических границ, сильно влияющих на свойства поликристаллического образца). Случайная ориентация кристалликов в поликристаллическом образце может дать доменную структуру, показанную на рисунке. Как правило в каждом из этих кристаллов содержится несколько доменов.

В действительности доменная структура поликристалла сильно зависит от размеров и формы кристаллов.

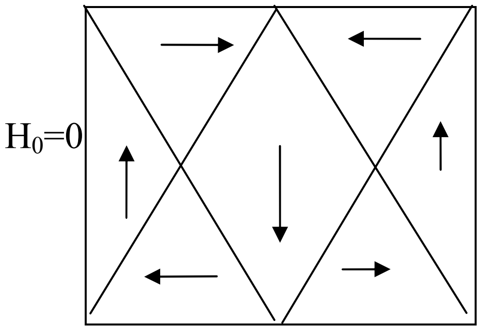
В монокристалле домены располагаются более регулярно. Возможная

структура доменов монокристаллов схематически может иметь вид, показанный на следующем рисунке.

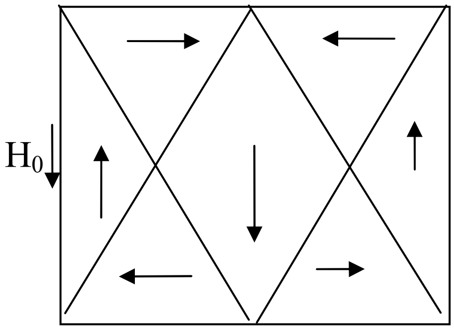
Если намагниченный образец поместить в слабое магнитное поле, то в нем появится результирующая намагниченность, направленная вдоль поля, благодаря тому, что компоненты векторов намагниченности, совпадающие с направлением поля, возрастут по величине, а перпендикулярные полю компоненты уменьшаются.



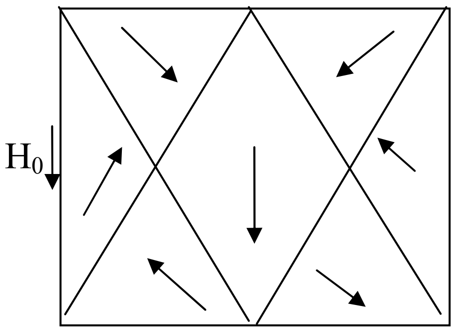
Намагничивание будет происходить за счет двух процессов, а именно смещения границ доменов и поворота векторов намагниченности



доменов в направлении внешнего поля. Процесс смещения границ доменов состоит в том, что домен, вектор намагниченности которого ориентирован благоприятно по отношению к внешнему магнитному полю (т.е. образует малый угол с направлением поля) может расти в размерах за счет соседних доменов, векторы намагниченности которых ориентированы неблагоприятно.



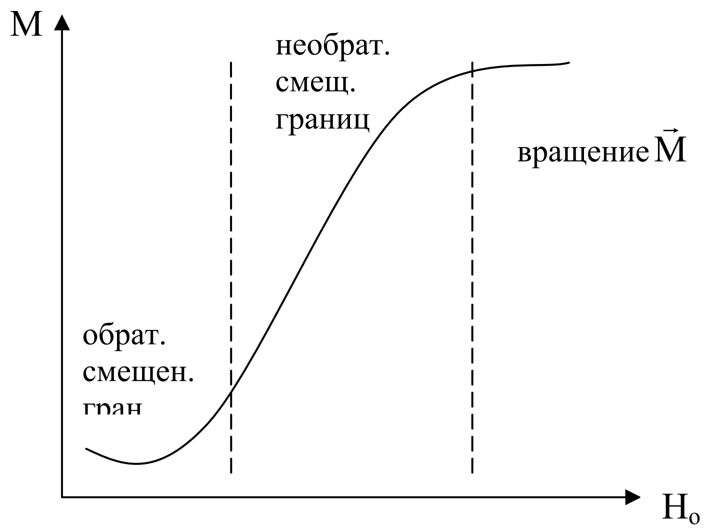
При этом результирующая намагниченность образца в направлении поля возрастает. Процесс смещения границ домена, как правило, происходит при относительно малых значениях внешнего магнитного поля.



В очень слабых полях этот процесс обратим, однако в сильных полях когда граница при смещениях вынуждена преодолевать дефекты кристалла, включения, границы кристаллитов, процесс становится необратимым.

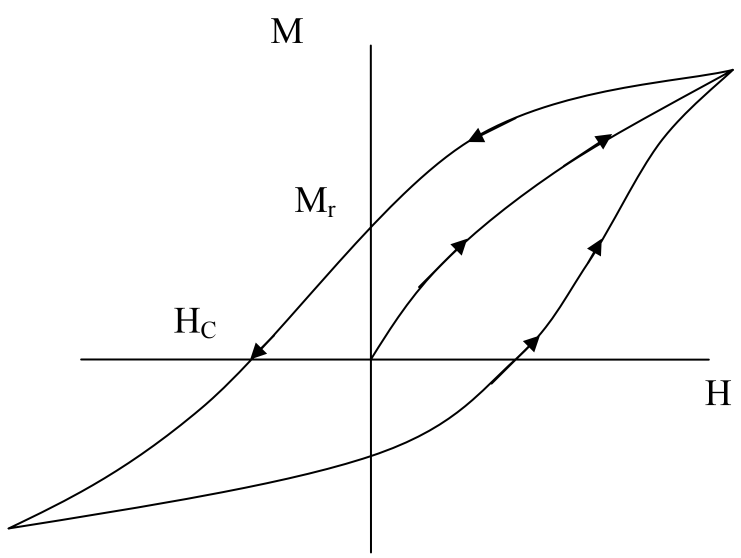
Процесс вращения и поворота векторов намагниченности доменов состоит в том, что все магнитные диполи данного домена одновременно поворачиваются в направлении внешнего поля до тех пор, пока вектор намагниченности домена не будет совпадать с направлением поля. При этом процессе результирующая намагниченность также растет.

Рост намагниченности за счет вращения имеет место в относительно сильных полях, причем темпы роста уменьшаются при возрастании поля. Пределом для $\left|\vec{H}\right|$ является намагниченность насыщения M_s. Кривая,



изображенная на рисунке называется технической кривой намагничивания.

Очень важно знать механизм перемагничивания ферромагнетиков, т.к. при практических применениях (трансформаторы, генераторы СВЧ) магнитные материалы намагничиваются сначала в одном направлении, потом – в другом.



Если после достижения насыщения снижать силу магнитного поля, то намагниченность, как правило, не будет уменьшаться по первоначальной кривой, а будет отставать, описывая при полном цикле изменения магнитного поля замкнутую кривую – <u>петлю магнитного гистерезиса.</u>

Намагниченность на петле при $H=0$ называется остаточной намагниченностью M_r (остаточная индукция $\mathrm{B}_r = 4\pi M_r$).

Значение поля при $M = 0$ или $B = 0$ называется коэрцетивной силой H_c. Различают магнитные материалы мягкие и жесткие. С помощью мягких магнитных материалов стремятся создать максимальный магнитный поток при минимальном внешнем магнитном поле и при минимальных потерях энергии. Это возможно при условии, если намагниченность в материале легко следует за всеми изменениями магнитного поля. Мягкий магнитный материал должен иметь кривую намагничивания с большой проницаемостью (характеризующую крутизну подъема кривой), достигаемой в очень слабых полях и очень узкую петлю гистерезиса с ничтожно малой коэрцетивной силой. Желательно также, чтобы эти материалы обладали высоким насыщением, высокой точкой Кюри и были плохими проводниками электрического тока, что обеспечивает малость потерь на токи Фуко при перемагничивании. Жесткие магнитные материалы используются в качестве стабильного источника сильного магнитного поля – постоянные магниты. Они должны обладать максимально широкой петлей гистерезиса – максимальной коэрцетивной силой и остаточной индукцией.

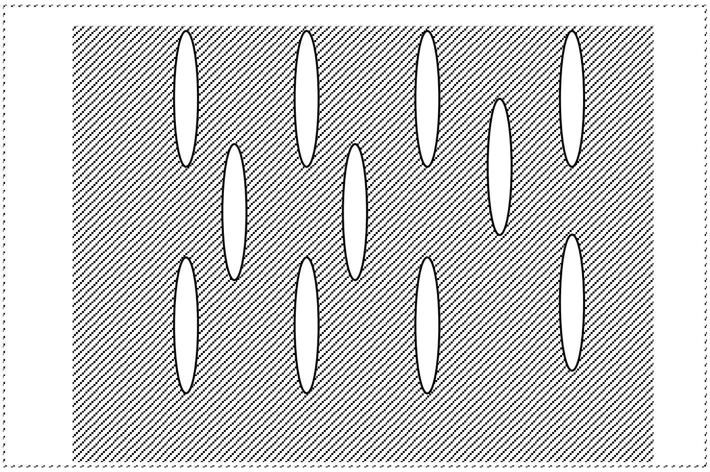
ФЕРРОМАГНИТНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Магнитные свойства материала, как это следует из кривой намагничивания, определяется тем, насколько легко движутся доменные стенки. На это движение спинок Блоха в магнитном поле определяющее влияние оказывают всевозможные примеси. Таким образом, бессмысленно говорить о магнитных свойствах, например, железа вообще. Имеет смысл говорить о магнитных свойствах куска железа в определенном состоянии.

Например, если сплавить железо с примесями в пропорциях: железо, хром 18%, никель 8% и получить нержавеющую сталь, то хотя она и будет, в основном, состоять из железа, она почти немагнитна (так как она сохраняет гранецентрированную решетку и при низких, комнатных температурах, что и приводит к ничтожно малой намагниченности).

Существует много всевозможных сплавов, которые предложили для получения особых магнитных свойств. Для постоянных магнитов нужно иметь материал с очень широкой петлей гистерезиса для того, чтобы при выключении внешнего магнитного поля намагниченность оставалась большой.

Для этой цели, что надо сделать с границами доменов? Их, очевидно, надо « заморозить» на месте, как можно крепче. В свое время проделана огромная по объему экспериментальная работа по нахождению соответствующего состава. Один из этих составов, дающий материал для постоянных магнитов, состоит из: железо 50%, алюминий 8%, медь 4%, никель 14%, кобальт 24 %. У этого сплава при затвердевании появляется «вторая фаза», которая осаждаясь образует множество маленьких зерен и вызывает очень большие внутренние напряжения. А чтобы получить нужное строение, этот материал охлаждают во внешнем магнитном поле. В результате такой магнитный материал имеет микроструктуру в виде мелких столбчатых кристалликов сплава, вытянутых в одном направлении.



Кристаллики находятся в немагнитной матрице. Большинство этих длинных кристалликов столь тонки ($\sim 100\dot{A}$), что домениал структура в них не образуется, поскольку сами стенки домена имеют размеры порядка сотен ангстрем.

Каждый кристаллит представляет собой один домен (как правило), вектор намагниченности которого ориентирован вдоль длинной оси кристалликов Магнитомягкие материалы получают путем создания больших кристалликов, размеры которых гораздо больше размеров доменов, уменьшением посторонних включений и дислокаций, а также путем снятия внутреннего напряжения с помощью отжига (эффект Баркгаузена).

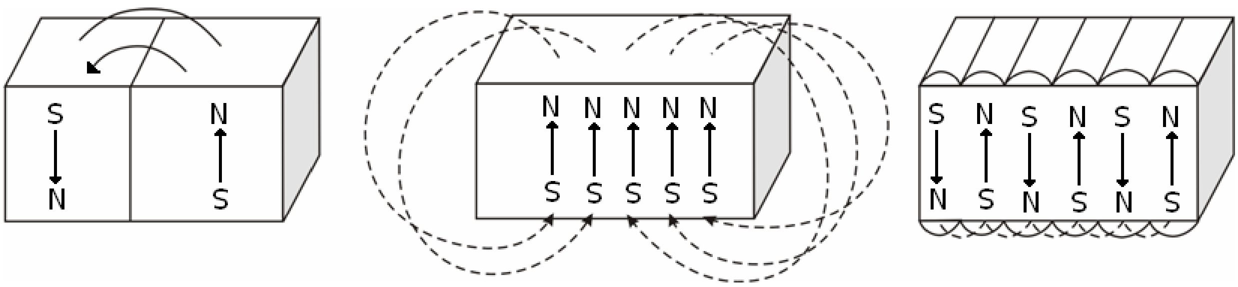
ФИЗИЧЕСКИЕ ПРИЧИНЫ ОБРАЗОВАНИЯ ДОМЕНОВ

Образование той или другой доменной структуры в ферромагнетике диктуется требованием минимума полной магнитной энергии системы. Магнитная энергия состоит из четырех частей:

1. Обменной энергии.
2. Энергии магнитной анизотропии.
3. Магнитоупругой (магнитострикционной) энергии.
4. Магнитостатической энергии (энергии размагничивания).

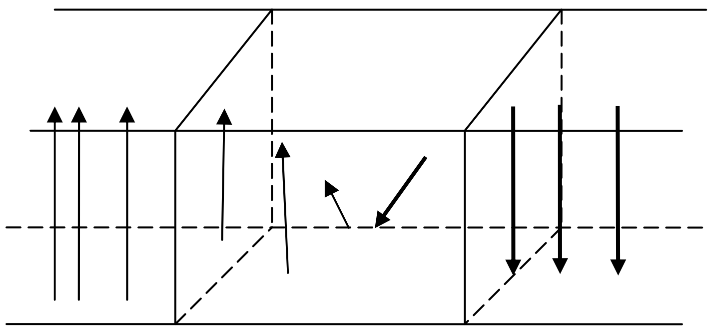
Рассмотрим роль магнитостатической энергии в образовании доменов. Нарисуем образец, состоящий из одного домена. Вследствие магнитных полюсов, образующихся на поверхности кристалла, этой конфигурации будет соответствовать большая величина полной магнитной энергии:

$$\frac{1}{8\pi}\int_{-\infty}^{\infty} H^2 dv$$



Если в образце образуется два домена, так что каждая половина образца намагничена противоположно соседней, то энергия магнитного поля вне образца (энергия рассеивания) снижается тем самым, снижая полную энергию системы.

Образование более мелких доменов приводит к дальнейшему уменьшению энергии. Так как на образование границ между доменами тратится некоторая энергия, то процесс уменьшения размеров доменов будет продолжаться до тех пор, когда магнитная энергия станет равной энергии границ доменов. Это обстоятельство определяет размеры и число доменов. Можно представить себе такую доменную структуру, для которой магнитостатическая энергия равна нулю.



Рассмотрим роль обменной энергии, домены отделены друг от друга границами, называемые стенками Блоха, вернее переходным слоем, разделяющим два домена, намагниченных в противоположных направлениях.

Основная идея введения представления о стенке Блоха связана с тем, что изменение направления спинов при переходе от одного к другому не может происходить скачком на какой-то атомной плоскости. Это изменение должно происходить постепенно и захватывать много атомных плоскостей. Это обусловлено тем, что для полного изменения направления спинов обменная энергия меньше, когда изменение распределено по многим спинам, чем, когда это изменение происходит скачком.

Для обменной энергии имеем:

$$\varepsilon_{обм} = -2I_e\vec{S}_i\vec{S}_j$$

Вводя косинус угла θ между направлением спинов, получим

$$\varepsilon_{обм} = -2I_eS^2\cos\theta$$

Для малых углов

$$\varepsilon_{обм} = -2I_eS^2\left(1-\frac{1}{2}\theta^2\right)$$

Поскольку угол мал, изменение обменной энергии которое нам надо определить (изменение ее относительно параллельного расположения спинов):

$$\Delta\varepsilon_{обм} = I_eS^2\theta^2$$

В стенке Блоха изменение угла происходит на 180^0. Если весь поворот

равномерно распределить между n атомами со спинками S, то угол $\theta = \dfrac{\pi}{n}$ и

$\Delta\varepsilon_{обм} = \dfrac{\pi^2 I_e S^2}{n^2}$ – изменение энергии одного спина при отклонении на угол θ.

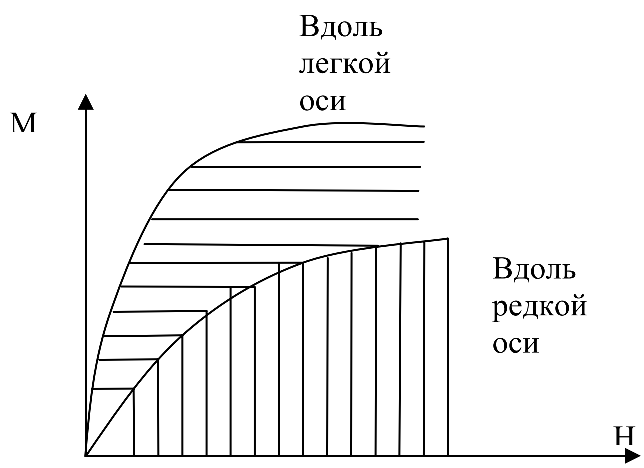
Полная обменная энергия цепочки из $n+1$ атомов

$$\Delta\varepsilon_{обм} = \frac{\pi^2 I_e S^2}{n}$$

Отсюда следует, что обменная энергия стенки обратно пропорциональна ее толщине, т.е. стенка Блоха могла бы достигнуть по толщине размеров кристалла, если бы не ограничивающее влияние сил анизотропии, которые приводят к тому, что переходный слой имеет конечные размеры.

Рассмотрим роль анизотропии. Экспериментально установлено, что магнитные кристаллы вдоль одних направлений намагничиваются легче, чем вдоль других. При намагничивании вдоль этих предпочтительных направлений очень малого поля достаточно, чтобы образец достиг магнитного насыщения. Эти направления называются осями легкого намагничивания или легкими осями. Направления вдоль которых намагнитить кристалл труднее всего называется осями трудного намагничивания. Например, осями легкого намагничивания железа, кристаллы которого имеют кубическую симметрию, является каждое из трех направлений ребер куба. Ферриты, например, марганцевый и никелевый, имеют оси легкого намагничивания, расположенные параллельно диагоналям куба.

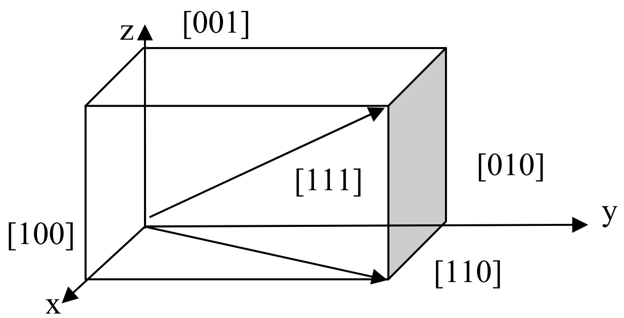
Вследствие магнитной анизотропии, свойственной почти всем ферромагнитным кристаллам вектора намагниченности доменов стремятся расположиться вдоль кристаллографических осей легкого намагничивания. Энергия магнитной анизотропии определяется как разность энергий намагничивания в

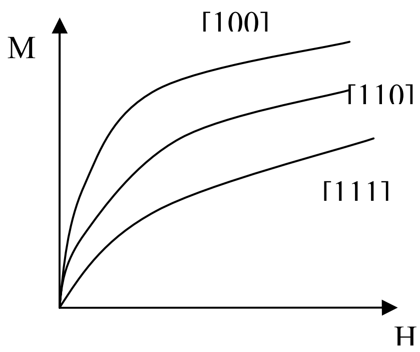


трудном и легком направлениях. Энергия намагничивания в произвольном направлении

равна $\int \overline{M} d\overline{H}$. Этот интеграл представляет собой площадь под кривой намагничивания. Энергия анизотропии равна разности площадей под этими кривыми.

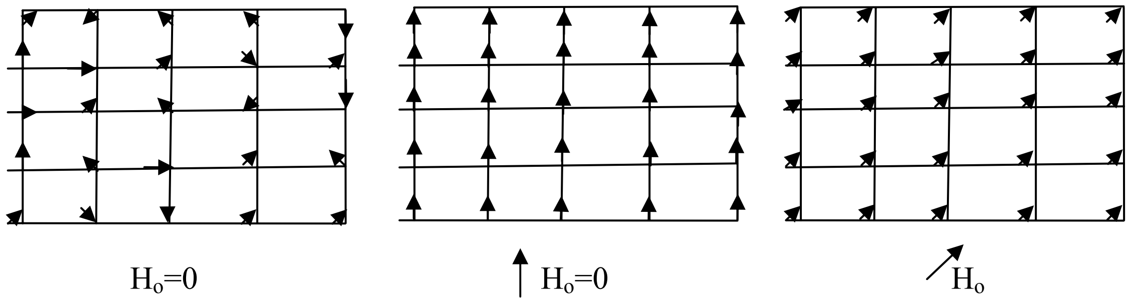
В чем же состоит физическая природа кристаллографической магнитной анизотропии? Из опыта известно, что намагничивание вдоль различных кристаллографических направлений существенно различно. Кристаллографические направления в кубической решетке обозначаются как показано на рисунке. Железо, имеющее кубическую решетку, имеет в качестве легких осей грани куба, трудными – все остальные направления. На рисунке представлены кривые намагничивания для железа вдоль различных направлений





Железо – магнитно-трехосный ферромагнетик. Кобальт – магнитно-одноосный ферромагнетик, имеющий одну ось легкого намагничивания. Если магнитное поле прикладывать под некоторым углом к направлению легкого намагничивания, насыщение, т.е. установление вектора намагниченности вдоль поля, достигается при больших его значениях, чем если прикладывать его вдоль направления легкого намагничивания. Количество запасенной энергии кристаллографической магнитной анизотропии зависит от величины работы намагничивания до насыщения, которая зависит от величины угла, образованного вектором намагничивания с направлением легкой оси.

Анизотропия магнитных свойств, связанная с кристаллографическими направлениями, приводит к возникновению энергии магнитной кристаллографической анизотропии. Если обменная энергия есть результат электростатического взаимодействия электронов, то энергия магнитной кристаллографической анизотропии (КРМА) обусловлена их магнитным взаимодействием. Спиновые магнитные моменты электронов представляют собой магнитные диполи, расположенные в узлах решетки. Эти диполи, взаимодействуя между собой, обладают некоторой энергией. Естественно диполи устанавливаются под такими углами к кристаллографическим осям, чтобы энергия их магнитного взаимодействия была минимальной.



Пример: плоская кристаллическая решетка (модель). На доску с иглами, воткнутыми так, чтобы они располагались в узлах квадратов, поместили постоянные магнитики, ориентированные произвольным образом. При легком постукивании постоянные магнитики устанавливаются вдоль какого-то ребра квадрата. При этом будет минимальная энергия взаимодействия между ними, т.е. направление легкого намагничивания будет совпадать с направлением ребра квадрата. Для того, чтобы перевести магнитики в какое – то другое направление, надо провести некоторую работу, приложив внешнее поле под углом к ребру квадрата. В реальном ферромагнетике дело обстоит сложнее. Квантовая механика учитывает кроме спин-спиновых взаимодействия, вносящего основной вклад в магнитную кристаллографическую анизотропию, еще и спин – орбительное взаимодействие, т.е. взаимодействие орбитального магнитного момента и спинового магнитного момента. Если предложить, что энергия КРМА зависит от направляющих косинусов углов между вектором спонтанной намагниченности и основными кристаллографическими направлениями решетки и разложить ее в ряд по направляющим косинусам, затем учесть экспериментальный факт четности эффекта намагниченности (т.е. энергия намагничивания одинакова в двух взаимно – обратных направлениях), что приведет к необходимости отказаться от нечетных степеней в разложении, а затем ограничиться косинусами не выше шестой степени, то для кубической решетки получим:

$$\varepsilon_{aH} = k_1\left(\alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2 + \alpha_1^2\alpha_3^2\right) + k_2\alpha_1^2\alpha_2^2\alpha_3^2,$$

где k_1, k_2 – первая и вторая константы анизотропии,

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ – направляющие косинусы вектора намагниченности $\vec{M}$ и осями $[100],[010],[001]$ для кубической решетки.

Для железа $k_1 = 4\cdot10^5\,\dfrac{эрг}{см^3}$; $\quad k_2 = 1{,}5\cdot10^5\,\dfrac{эрг}{см^3}$

Для магнитно-одноосных кристаллов (кобальт)

$$\varepsilon_{aH} = k_1\sin^2\theta + k_2\sin^4\theta,$$

где θ – угол между $\vec{M}$ и осью легкого намагничивания

$$k_1 = 4\cdot10^6\,\frac{эрг}{см^3}; \qquad k_2 = 2\cdot10^6\,\frac{эрг}{см^3}$$

Роль магнитоупругой энергии. При намагничивании ферромагнитного кристалла его размеры изменяются и это изменение зависит от величины намагниченности (магнитострикция). Магнитоупругая энергия связана с возрастанием энергии кристалла в результате взаимодействия намагниченности с деформацией кристалла. Магнитоупругая энергия, так же как и энергия магнитной анизотропии, зависит от направления вектора намагниченности по отношению к кристаллографическим осям. Магнитострикция приводит к изменению эффективной величины энергии магнитной анизотропии. Т.е. для полной энергии анизотропии для кубического кристалла можно записать

$$\varepsilon_{aH} = \left(k + \Delta k\right)\left(\alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2 + \alpha_1^2\alpha_3^2\right);$$

где Δk - изменение константы анизотропии, обусловленное магнитоупругим взаимодействием.

Отношение $\frac{\Delta k}{k}$ бывает значительной величины достигая порядка 0,1, что очень сильно сказывается, в частности, на потерях в феррите.

Вернемся к определению размеров стенки Блоха. Так как направление спинов, находящихся внутри стенки, как правило, не совпадает с осями легкого намагничивания, со стенкой связано некоторое количество энергии анизотропии, грубо говоря пропорциональное толщине стенки.

Действительная толщина переходного слоя и его энергия определяется равновесием между силами обмена и силами анизотропии, первые стремятся увеличить толщину стенки, вторые – уменьшить ее.

Произведем грубую, по порядку величину оценку толщины и энергии стенки Блоха.

На единицу поверхности стенки в 1 см^2 приходится $\frac{1}{a^2}$ цепочек атомов, где а – межатомное расстояние в кубической решетке.

По этому на единицу площади

$$\varepsilon_{обм} = \frac{\pi^2 I_e S^2}{na^2}$$

– это энергия столбика в стенке Блоха с поперечником в 1 см^2 и длиной $(\mathrm{n}+1)$ атомов.

Можно показать, что энергия анизотропии на единицу площади стенки

$$\varepsilon_{aH} = kd$$

где $d = na$ толщина стенки, k – константа анизотропии.

(Вернее d – объем стенки с поперечным сечением 1 см^2 и длиной $a(n+1)$).

Следовательно полная энергия

$$\varepsilon_{полн} = \varepsilon_{обм} + \varepsilon_{aH} = \frac{\pi^2 I_e S^2}{na^2} + kna$$

Минимум полной энергии относительно числа n атомов в стенке будет

$$\frac{\partial \varepsilon_{полн}}{\partial n} = -\frac{\pi^2 I_e S^2}{n^2 a^2} + kna = 0$$

Откуда

$$n = \left(\frac{\pi^2 I_e S^2}{ka^3} \right)^{1/2}$$

В случае железа по порядку величины имеем

$$n \approx \left(\frac{KT_c}{ka^3} \right)^{1/2} = \left(\frac{10^{-13}}{10^5 \cdot 10^{-23}} \right)^{1/2} \approx 300$$ – постоянных решетки т.е. примерно 1000 $\overset{\circ}{A}$

Полная энергия стенки Блоха, отнесенная к единице поверхности стенки

$$\varepsilon_{полн} = 2\pi \left(\frac{I_e k S^2}{a} \right)^{1/2}.$$

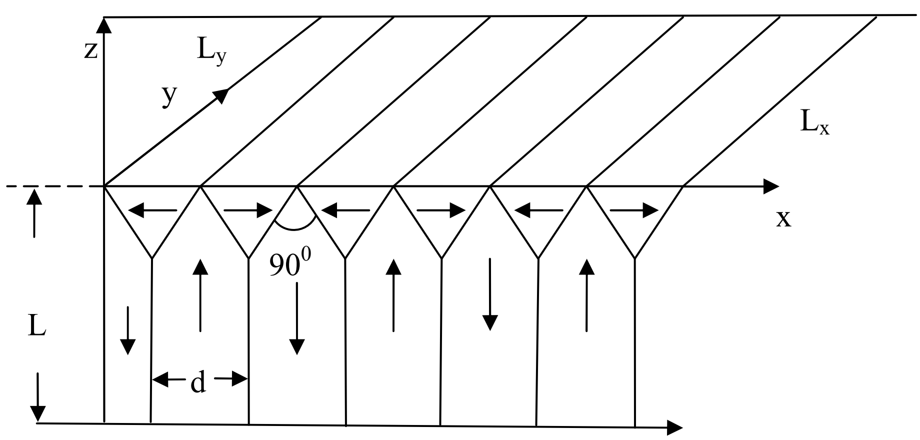
Для железа имеем

$$\varepsilon_{полн} = \left(\frac{kT_c k}{a} \right)^{1/2} \approx 1 \frac{эрг}{см^2}.$$

РАЗМЕРЫ ДОМЕНА

Определим размеры и форму доменов для магнитоодноосного кристалла. Магнитоодноосный кристалл такой, который имеет одну ось легкого намагничивания (кобальт).

Для магнитоодноосных кристаллов реализуется доменная структура с замкнутым потоком вектора намагниченности, как показано на рисунке.



В этом случае магнитостатистическая энергия равна нулю и минимум энергии, определяющий размеры доменов надо искать для суммы, состоящей из энергии границ доменов и энергии анизотропии замыкающих доменов. Плотность энергии магнитной анизотропии в замыкающих областях равна k (константа анизотропии для одноосного кристалла). Объем каждой призматической области равен $\frac{d^2 L_y}{4}$. Число их по обеим сторонам кристалла $\frac{2L_x}{d}$. Таким образом, их суммарный объем

$$\frac{d^2 L_y}{4} \cdot \frac{2L_x}{d} = \frac{dL_x L_y}{2},$$

и полная энергия анизотропии замыкающих доменов

$$\varepsilon_{aH} = \frac{k}{2} dL_x L_y.$$

Плотность поверхностной энергии переходного слоя (стенки Блоха) внутри кристалла $2\pi\left(\frac{I_e k S^2}{a}\right)^{1/2}$.

Величина площади каждой поверхности $\mathrm{L_y L}$, число их $\frac{L_x}{d}$ и полная энергия

$$\varepsilon_{полн} = \frac{dL_x L_y L}{d} 2\pi\left(\frac{I_e k S^2}{a}\right)^{1/2};$$

$$\frac{\partial}{\partial d}\left(\varepsilon_{полн} + \varepsilon_{ан}\right) = 0;$$

$$\frac{\partial}{\partial d}\left[\frac{dL_x l_y L}{d} 2\pi\left(\frac{I_e k S^2}{a}\right)^{1/2} + \frac{k}{2} dL_x L_y\right] = 0;$$

$$\frac{k}{2} - \frac{L}{d^2} 2\pi\left(\frac{I_e k S^2}{a}\right)^{1/2} = 0;$$

$$d = 2\left(\pi L\right)^{1/2}\left(\frac{I_e S^2}{ka}\right)^{1/4}$$

Отсюда видно, что при прочих равных условиях ширина домена d

пропорциональна $\sqrt{\mathrm{L}}$. Расчетная ширина домена у кобальта при толщине кристалла 1см составляет $d = 3 \cdot 10^{-3} см$ при толщине стенки Блоха $\sim 10^{-5} см$.

Если приложить внешнее магнитное поле в направлении оси z (направление легкого намагничивания), то будет увеличиваться домены, направление намагниченности которых совпадает с внешним полем, и уменьшается те домены, которые имеют противоположное направление намагниченности.

ФЕРРОМАГНИТНЫЙ РЕЗОНАНС.
УРАВНЕНИЕ ЛАНДАУ –ЛИФШИЦА

Рассмотрим безграничную ферромагнитную среду, намагниченную до насыщения. Будем ее рассматривать как совокупность частиц, обладающих магнитным моментом $\vec{\mathrm{m}}$ и спином $\vec{s}$.

При помещении спина во внешнее магнитное поле H_0 на него действует сила $\vec{F} = \left[\vec{m}H_0\right]$ и уравнение движения спина можно записать в виде

$$\frac{ds}{dt} = \left[\vec{m}H_0\right].$$

Связь между механическим моментом $\vec{s}$ и магнитным моментом $\vec{m}$ известна

$$\frac{|\vec{m}|}{|\vec{s}|} = -\gamma; \quad \frac{|\vec{m}|}{|\vec{s}|} = -\frac{e}{2mc},$$

где $\gamma = \frac{e}{2mc}q$ – перемагнитное отношение,

q – фактор расщепления, или q – фактор.

$$\frac{d\vec{m}}{dt} = -\gamma\left[\vec{m}\vec{H}_0\right].$$

Умножим обе части этого уравнения на число частиц в единице объема N и обозначим $N\vec{m} = \vec{M}$, где $\vec{M}$ – намагниченность единицы объема, тогда уравнения движения запишется в виде

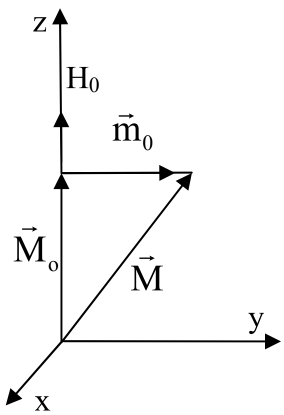
$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\gamma\left[\vec{M}\vec{H}_0\right]$$ – уравнение Ландау –Лифшица.

В общем случае вместо $\vec{H}_0$ надо писать $\vec{H}$ понимая под этим векторную сумму всех полей, действующих на $\vec{M}$, включая внутренне поле всех сортов.

На совместном решении уравнения Ландау – Лифшица и уравнений Максвелла построена вся электродинамика ферритов.

СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ НАМАГНИЧЕННОСТИ СРЕДЫ

Внешнее магнитное поле всегда будет направлять вдоль оси. Условимся собственные колебания характеризовать индексом «о».



Так как среда намагничена вдоль оси z, то $\vec{M} = \vec{z}_0 M_0$. В силу различных случайных факторов может произойти отклонение вектора $\vec{M}$ из положения равновесия, т.е. от направления $\vec{H}_0$, на величину $\vec{m}_0$.

Тогда результирующий вектор намагниченности будет состоять из двух частей

$$\vec{M} = \vec{z}_0 M_0 + \vec{m}_0 e^{i\omega_0 t},$$

где второе слагаемое является переменной величиной, изменяющейся по гармоническому закону с частотой ω_0.

Подставим значение $\vec{M}$ в уравнение Ландау – Лифшица

$$e^{i\omega_0 t} i\omega_0 \vec{m}_0 = -\gamma \left[\vec{M}_0 \vec{H}_0 \right] - \gamma \left[\vec{m}_0 \vec{H}_0 \right] e^{i\omega_0 t}$$

Спроектируем это векторное уравнение на оси координат

$$\begin{aligned} i\omega_0 m_{0x} &= -\gamma m_{0y} H_0 \\ i\omega_0 m_{0y} &= \gamma m_{0x} H_0 \;; \\ m_{0y} &= 0 \end{aligned}$$

Поскольку $m_{0z} = 0$ можно сделать вывод, что движение вектора $\vec{M}$ происходит в плоскости xy. Приравняем нулю определитель системы из первых двух уравнений. Получим

$$\omega_0 = \gamma \mathrm{H}_0 \ .$$

Это и есть частота собственных колебаний вектора намагниченности в безграничной ферромагнитной среде без потерь. В силу последнего обстоятельства колебания вектора происходят без затухания сколь – угодно долго. Реально это не так, всегда есть источники потерь, которые приводят к тому, что колебания являются затухающими.

Подставим найденное значение $\omega_0 = \gamma H_0$ в одно из скалярных уравнений, получим

$$i m_{ox} = -m_{oy} \, .$$

Отсюда видно, что собственные колебания намагниченности представляет собой правовинтовое движение вектора $\vec{M}$ в плоскости $\perp z$ по кругу. Если смотреть вдоль направления внешнего магнитного поля, вращение вектора $\vec{M}$ вокруг направления $\vec{\mathrm{H}}_0$ всегда происходит по часовой стрелке, т.е. имеет место всегда правая прецессия.

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ НАМАГНИЧЕННОСТИ ФЕРРОМАГНЕТИКА

В отличие от предыдущего случая, на магнитный момент кроме постоянного поля H_0 действует вынуждающая сила $\vec{h}e^{i\omega t}$. Таким образом суммарное векторное поле, взаимодействующее с $\vec{\mathrm{M}}$ можно записать в виде $\vec{H} = H_0 \vec{z}_0 + \vec{h} e^{i\omega t}$, где ω – частота вынужденных колебаний. При этом, очевидно, как и для собственных колебаний появится переменная составляющая намагниченности.

Суммарный вектор $\vec{\mathrm{M}}$ будет иметь вид:

$$\vec{M} = \vec{z}_0 M_0 + \vec{m}_0 e^{i\omega t}$$

Ограничимся случаем линейных колебаний, т.е.

$$\left|\vec{h}\right| \ll \left|\vec{H}_0\right| \qquad \left|\vec{m}\right| \ll \left|\vec{\mathrm{M}}_0\right|$$

С учетом допущенных предположений подставим в уравнение Ландау – Лифшица $\vec{\mathrm{M}}$ и $\vec{H}$

$$i\omega\vec{m} = -\gamma\left[\vec{m}\vec{H}_0\right] - \gamma\left[\vec{\mathrm{M}}_0\vec{h}\right]$$

или в проекциях на оси координат

$$\begin{aligned} \mathrm{i}\omega \mathrm{m_x} &= -\gamma \mathrm{m_y H_0} + \gamma \mathrm{M_0 h_y} \\ \mathrm{i}\omega \mathrm{m_y} &= \gamma \mathrm{m_x H_0} - \gamma \mathrm{M_0 h_x} \ ; \\ \mathrm{i}\omega \mathrm{m_z} &= 0 \end{aligned}$$

В линейном приближении не возникает переменной намагниченности в направлении H_0.

Учтем, что $\omega_0 = \gamma \mathrm{H_0}$

$$\begin{aligned} i\omega m_x &= -\omega_0 m_y + \omega_m h_y \\ i\omega m_y &= \omega_0 m_x - \omega_m h_x \ ; \\ i\omega m_z &= 0 \end{aligned}$$

$$-\omega^2 m_x - i m_y = -i m_y + i\omega\omega_m h_y - \omega_0^2 m_x + \omega_0\omega_m h_x, \text{ откуда}$$

$$m_x = \frac{\omega_0\omega_m}{\omega_0^2 - \omega^2} h_y - \frac{i\omega\omega_m}{\omega_0^2 - \omega^2} h_x;$$

$$i\omega\omega_0 m_x - \omega^2 m_y = -\omega_0^2 m_y + \omega_0\omega_m h_y + i\omega\omega_0 m_x - i\omega\omega_m h_x; \text{ откуда}$$

$$m_y = -\frac{i\omega\omega_m}{\omega_0^2 - \omega^2} h_x + \frac{i\omega_0\omega_m}{\omega_0^2 - \omega^2} h_y;$$

или

$$m_x = \frac{M_0}{H_0}\frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2} h_x + \frac{M_0}{H_0}\frac{i\omega\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2} h_y;$$

$$m_y = -\frac{M_0}{H_0}\frac{i\omega\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2} h_x + \frac{M_0}{H_0}\frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2} h_y;$$

или

$\vec{m} = \overline{\overline{\chi}}\vec{h}, \quad \overline{\overline{\chi}} -$ тензор магнитной восприимчивости

$$m_x = \chi_{xx} h_x + i\chi_{xy} h_y;$$
$$m_y = -i\chi_{yx} h_x + \chi_{yy} h_y;$$
$$\overline{\overline{\chi}} = \begin{pmatrix} \chi_{xx} & \chi_{xy} & 0 \\ -i\chi_{xy} & \chi_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$\chi_{xx} = \chi_{yy}$; $\chi_{xy} = +\chi_{yx}$ – тензор эрмитов

Вспомним уравнение $M = \chi H$, где M – статистическая намагниченность, χ – статистическая магнитная восприимчивость, тогда $\overline{\overline{\chi}}$ – динамическая магнитная восприимчивость, имеет тензорный характер и определяет анизотропные свойства вещества.

Таким образом, выражение для компонент тензора можно записать в виде:

$$\chi = \chi_{xx} = \chi_{yy} = \frac{M_0}{H_0}\frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2};$$
$$\chi_a = \chi_{xy} = \chi_{yx} = \frac{M_0}{H_0}\frac{\omega\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

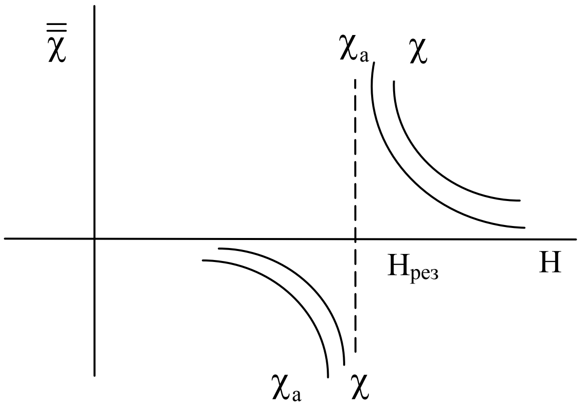
Эти выражения можно переписать, с учетом того, что $\omega_0 = \gamma H_0$ и $\omega_m = \gamma M_0$

$$\chi = \frac{\omega_0\omega_m}{\omega_0^2 - \omega^2}\chi; \quad \chi_a = \frac{\omega\omega_m}{\omega_0^2 - \omega^2}\chi.$$

В знаменателе стоит разность двух величин:

ω – частота высокочастотного электромагнитного поля и ω_0 – частота собственной процессии вектора намагниченности. Когда эти частоты совпадают, то компоненты тензора обращаются в бесконечность, следовательно зависимость $\vec{m}$ от $\vec{h}$ носит резонансный характер. Изобразим эту зависимость графически:

Так как все выводы относятся к случаю, когда доменная структура отсутствует (среда намагничена до насыщения), то кривые справедливы только при больших полях.



Магнитная проницаемость $\overline{\overline{\mu}}$ связана с магнитной восприимчивостью $\overline{\overline{\chi}}$ следующим образом

$$\vec{b} = \vec{h} + 4\pi\vec{m} = \vec{h} + 4\pi\overline{\overline{\chi}}\vec{h} = \vec{h}\left(\overline{\overline{1}} + 4\pi\overline{\overline{\chi}}\right),$$

где
$$\overline{\overline{I}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Поэтому, учитывая, что

$$\vec{b} = \overline{\overline{\mu}}\vec{h} = \vec{h}\left(\overline{\overline{I}} + 4\pi\overline{\overline{\chi}}\right),$$

имеем
$$\overline{\overline{\mu}} = \overline{\overline{I}} + 4\pi\overline{\overline{\chi}}.$$

С учетом правил сложения тензоров имеем

$$\begin{pmatrix} \mu & i\mu_a & 0 \\ -i\mu_a & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{11} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 4\pi\begin{pmatrix} \chi & i\chi_a & 0 \\ -i\chi_a & \chi & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

или

$$\mu = 1 + 4\pi\chi;$$
$$\mu_a = 4\pi\chi_a;$$
$$\mu_{||} = 1,$$

или

$$\mu = 1 + \frac{M_0}{H_0}\frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2};$$

$$\mu_a = 4\pi\frac{M_0}{H_0}\frac{\omega\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2};$$

$$\mu_{11} = 1$$

Зачем введено $\mu_{||}$, а не сразу введена единица. При малых магнитных полях, когда еще существует доменная структура $\mu_{||}$ не равно единице и становится равным единице при насыщении. Зависимость μ и μ_a от H, также носит резонансный характер.

Полезно знать соответствие между резонансной частотой и резонансным магнитным полем

$$\omega_{рез} = \gamma H_{рез} \quad \text{или} \qquad f = \frac{\gamma}{2\pi}H_{рез}.$$

В гауссовой системе единиц

$$f\left(МГц\right) = 2{,}8H_{эрст}.$$

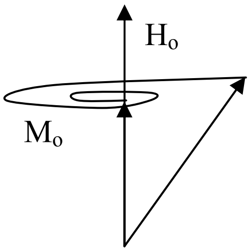
Подчеркнем, что все это получено для ∞ среды без потерь. Конечные размеры образцов дают существенные поправки.

ТЕНЗОР $\overline{\overline{\mu}}$ ПРИ НАЛИЧИИ ПОТЕРЬ В ФЕРРИТЕ

Введем в уравнение Ландау – Лифшица потери. Напомним, что речь идет о магнитных потерях. Уравнение Ландау – Лифшица будет иметь вид:

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\gamma\left[\vec{M}\vec{H}\right] + \vec{R}$$

В среде без потерь амплитуда прецессии вектора $\vec{\mathrm{M}}$ со временем не меняется. При наличии диссипативного (релаксационного) члена $\vec{R}$ в уравнении Ландау – Лифшица ситуация меняется. Наличие потерь приводит к тому, что свободная процессия намагниченности в реальных средах является затухающей и при отсутствии внешнего переменного поля очень скоро устанавливается равновесное состояние, соответствующее статистической



намагниченности M_0. В случае вынужденной процессии наличие потерь приведет к тому, что компоненты тензоров $\overline{\overline{\chi}}$ и $\overline{\overline{\mu}}$ будут комплексными, а значение вещественных и мнимых компонент будут оставаться конечными при ферромагнитном резонансе

Существуют различные формы записи $\vec{R}$. Самая простая и распространенная предложена Ландау и Лифшицем:

$$\vec{R} = \frac{\alpha}{\vec{M}}\left[\vec{M}\,\frac{d\vec{M}}{dt}\right]$$

Эта формула подтверждается экспериментально для малых потерь, когда $\left|\vec{M}\right|$ не меняется, а меняется только угол прецессии. Такая форма аналогична силам трения: $\vec{R}$ пропорционально скорости изменения, α – безразмерный параметр, определяемый экспериментально.

Если потери малы и $\vec{R} \ll -\gamma\left[\vec{M}\vec{H}\right]$, то можно в выражении для $\vec{R}$ использовать вместо $\dfrac{d\vec{M}}{dt}$ – уравнение Ландау – Лифшица без потерь, получим

$$\bar{R} = -\frac{\alpha\gamma}{M}\left[\left[\vec{M}\vec{H}\right]\vec{M}\right].$$

Подставим в уравнение Ландау – Лифшица

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\gamma\left[\vec{M}\vec{H}\right] - \frac{\eta}{M^2}\left[\left[\vec{M}\vec{H}\right]\vec{M}\right],$$

где $\eta = \alpha\gamma M$. Это уравнение можно также записать в виде

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\gamma\left[\vec{M}\vec{H}\right] + \eta\left[\vec{H} - \frac{\vec{M}\left(\vec{H}\vec{M}\right)}{M^2}\right],$$

и было предложено в 1935 г Ландау и Лифшицем. Из уравнения следует, что

$$\vec{M}\frac{d\vec{M}}{dt} = 0, \quad \text{т.е.} \quad M^2 = const.$$

Это значит, что при малых потерях согласно этим уравнениям прецессия намагниченности и при наличии потерь происходит таким образом, что длина вектора $\vec{M}$ не изменяется, т.е диссипативный член влияет только на угол процессии, но не изменяет величину вектора намагниченности.

Уравнение прецессии намагниченности не удовлетворяющее условию постоянства вектора $\vec{M}$, может быть записано в виде

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\gamma\left[\vec{M}\vec{H}\right] + \omega_r\left(\chi_0\vec{H} - \vec{M}\right),$$

где $\chi_0 = \dfrac{M_0}{H_0}$ – статистическая восприимчивость

ω_r – частота релаксации.

Действительно двойное векторное произведение расписывается так

$$\left[\vec{A}\left[\vec{B}\vec{C}\right]\right] = \vec{B}\left(\vec{A}\vec{C}\right) - \vec{C}\left(\vec{A}\vec{C}\right);$$

$$\left[\vec{M}\left[\vec{M}\vec{H}\right]\right] = \vec{M}\left(\vec{M}\vec{H}\right) - \vec{H}M^2$$

Тогда уравнение Ландау – Лифшица запишется так

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\gamma\left[\vec{M}\vec{H}\right] + \eta\left(\vec{H} - \frac{\vec{M}\left(\vec{M}\vec{H}\right)}{M^2}\right),$$

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\gamma\left[\vec{M}\vec{H}\right] + \alpha\gamma\left[\vec{M}\vec{H} - \frac{\vec{M}\left(\vec{M}\vec{H}\right)}{M}\right] =$$

или

$$= -\gamma\left[\vec{M}\vec{H}\right] + \alpha\gamma H_0\left[\frac{\vec{M}}{H_0}\vec{H} - \frac{\vec{M}\left(\vec{m}\vec{H}\right)}{MH}\right] =$$

$$= -\gamma\left[\vec{M}\vec{H}\right] + \omega_r\left[\chi_0\vec{H} - \vec{M}\right].$$

Это форма записи диссипативного члена Блоха – Бломберга, при этом $\omega_r = \dfrac{1}{\tau}$, τ – время релаксации

В этой форме записи связанная с потерями часть $\dfrac{d\vec{M}}{dt}$ пропорциональна отклонению $\vec{M}$ от того значения намагниченности $\chi_0\vec{H}$, которое установилось бы, если бы магнитное поле перестало изменяться, сохранив свое мгновенное значение $\vec{H}$.

Если переменные составляющие намагниченности и поля малы по сравнению с постоянными составляющими, то множитель $\dfrac{\vec{H}\vec{M}}{M^2}$ в последнем члене уравнения может быть заменен на $\dfrac{H_0}{M_0} = \dfrac{1}{\chi_0}$, все формы записи диссипативного члена совпадают между собой. Принимая во внимание: что $\eta = \alpha\gamma\mathrm{M}$ и заменяя M на M_0 приходим к соотношению

$$\omega_r = \alpha\gamma H_0 = \alpha\omega_0 .$$

Рассмотрим свободную прецессию намагниченности в неограниченной среде с учетом потерь, т.е. будем исходить из уравнения

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\gamma\left[\vec{M}\vec{H}\right] + \omega_r\left(\chi_0\vec{H} - \vec{M}\right), \tag{1}$$

т.е. мы полагаем

$$\vec{\mathrm{H}} = \vec{z}_0 H_0,$$
$$\vec{M} = \vec{z}_0\mathrm{M}_0 + \vec{m}_0 e^{i\omega t}.$$

Полагая переменную часть намагниченности достаточно малой и линеализируя уравнение (1) получим:

$$i\omega\vec{m}_0 = -\gamma H_0\left[\vec{m}_0\vec{z}_0\right] + \omega_r\left(\chi_0\vec{z}_0 H_0 - \vec{z}_{\mathbf{0}}\vec{M}_0 - \vec{m}_0\right)$$

Проектируя на оси координат, получим:

$$i\omega_0 m_x + \omega_H m_y + \omega_r m_x = 0;$$
$$i\omega_0 m_y - \omega_H m_x + \omega_r m_y = 0;$$
$$m_z = 0$$

Условие совместимости системы

$$\begin{vmatrix} i\omega_0+\omega_r & \omega_H \\ -\omega_H & i\omega_0+\omega_r \end{vmatrix} = 0$$

$$\left(i\omega_0+\omega_r\right)^2+\omega_H^2=0;$$

$$i\omega_0+\omega_r=\pm i\omega_H;$$

$$\omega_0=\pm\omega_H+i\omega_r$$

или $\omega_H^2=\sqrt{\omega_H^2+\omega_r^2}$ где $\omega_H=\gamma H_0$; $\omega_r=\alpha\omega_H$.

Отсюда видно, что время релаксации $\tau=\dfrac{1}{\omega_e}$ имеет смысл времени, за которое амплитуда свободной прецессии убывает в e раз.

Рассмотрим вынужденную прецессию вектора намагниченности с учетом потерь. Подставим в (1) следующие значения

$$\vec{H}=\vec{H}_0+\vec{h}e^{i\omega t} \qquad \left|\vec{h}\right|\ll\vec{H}_0;$$

$$\vec{M}=\vec{M}_0+\vec{m}e^{i\omega t} \qquad \left|\vec{m}\right|\ll\vec{M}_0;$$

и получим

$$\left(i\omega+\omega_r\right)m_x+\omega_H m_y=\gamma m_0 h_y+\omega_r\chi_0 h_x;$$

$$-i\omega_H m_x+\left(i\omega+\omega_r\right)m_y=-\gamma\vec{M}_0 h_x+\omega_r\chi_0 h_y;$$

$$\left(i\omega+\omega_r\right)m_z=\omega_r\chi_0 h_z.$$

Решая эту систему, найдем для компонент тензора магнитной восприимчивости

$$\chi=\chi_0\frac{\omega_{рез}^2+i\omega\omega_r}{\omega_{рез}^2-\omega^2+2i\omega\omega_r};$$

$$\chi_a=\chi_0\frac{\omega\omega_H}{\omega_{рез}^2-\omega^2+2i\omega\omega_r},$$

где

$$\chi_{\|}=\chi_0\frac{\omega_r}{i\omega+\omega_r},$$

$$\omega_{рез}=\sqrt{\omega_H^2+\omega_r^2}$$

Для реальных ферритов в диапазоне СВЧ можно считать, что $\omega_r\ll\omega_H$ и $\omega_r\ll\omega$ т.е. $\tau\gg T$, где T – период СВЧ колебаний.

Тогда резонансная частота практически не отличается от ω_H и величина $\chi_{\|}$ ничтожно мала. Разделяя вещественные и мнимые части в выражениях для компонент тензора магнитной восприимчивости, получим:

$$\chi = \chi' - i\chi'' = \chi_0 \frac{\omega_p^2\left(\omega_p^2 - \omega^2\right) + 2\omega^2\omega_r^2}{\left(\omega_p^2 - \omega^2\right)^2 + 4\omega^2\omega_r^2} - i\chi_0 \frac{\omega\omega_r\left(\omega_p^2 + \omega^2\right)}{\left(\omega_p^2 - \omega^2\right)^2 + 4\omega^2\omega_r^2};$$

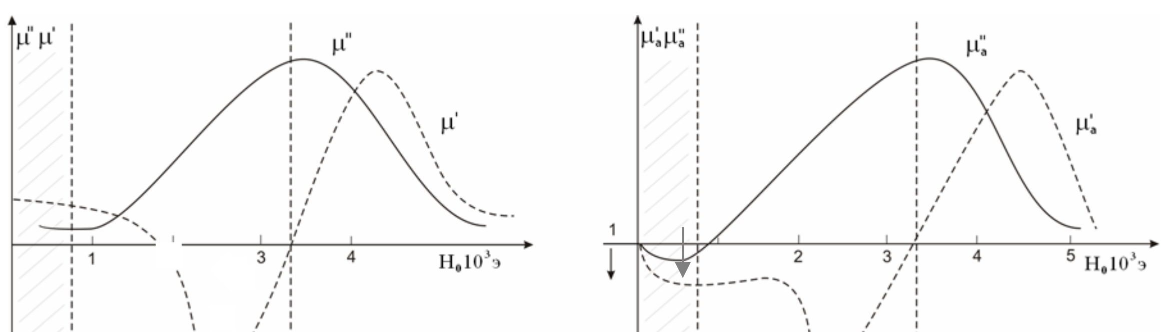
$$\chi_a = \chi_a' - = \chi_0 \frac{\omega\omega_H\left(\omega_p^2 - \omega^2\right)}{\left(\omega_p^2 - \omega^2\right)^2 + 4\omega^2\omega_r^2} - i\chi_0 \frac{2\omega^2\omega_H\omega_r}{\left(\omega_p^2 - \omega^2\right)^2 + 4\omega^2\omega_r^2};$$

$$\chi_{\|} = \chi_{\|}' - i\chi_{\|}'' = \chi_0 \frac{\omega_2^2}{\omega_r^2 + \omega_r^2} - i\chi_0 \frac{\omega\omega_r}{\omega^2 + \omega_r^2}.$$

Компоненты тензора магнитной проницаемости могут быть определены следующим образом

$$\begin{aligned} &\overline{\overline{\mu}} = \overline{\overline{I}} + 4\pi\overline{\overline{\chi}}; \\ &\mu' = 1 + 4\pi\chi' \qquad \mu_a' = 4\pi\chi_a' \qquad \mu_{11}' = 1 + 4\pi\chi_{\|}' \\ &\mu'' = 1 + 4\pi\chi'' \qquad \mu_a'' = 4\pi\chi_a'' \qquad \mu_{11}'' = 4\pi\chi_{\|}'' \end{aligned}$$

Нарисуем графики зависимостей вещественных и мнимых частей компонентов тензора $\overline{\overline{\mu}}$ от постоянного поля в 3 см диапазоне волн ($\omega_r = 3\cdot 10^9\,МГц, \quad M = 160\,гс, \quad \omega = 2\pi\cdot 9375\,МГц$)



Как видно из рисунков вещественные составляющие проницаемостей μ' и μ_a' в области, далекой от резонанса, почти не изменились по сравнению с уже рассмотренным случаем без потерь, но в области резонанса они уже не претерпевают разрыва, а лишь достигают максимальных значений. Мнимые составляющие проницаемостей μ'' и μ''_a характеризуют поглощение энергии высокочастотного поля в феррите и достигают максимальных величин при резонансе.

В точке резонанса $\omega = \omega_p$
$$\mu'_{рез} = 1 + 2\pi\chi_0; \qquad \mu'_{a\,рез} = 0;$$
$$\mu''_{рез} = 1 + 2\pi\chi_0 \frac{\omega_p}{\omega_r}; \qquad \mu''_{a\,рез} = 2\pi\chi_0 \frac{\omega_H}{\omega_r}.$$

Если потери малы, т.е. если $\omega_r \ll \omega_H$, то

$$\mu''_{рез} \simeq \mu''_{a\,рез} = 2\pi \frac{\gamma M_0}{\omega_r}.$$

Определим ширину резонансной кривой $2 < \mathrm{H}$ как разность полей $H_{1/2}$ при которых

$$\mu'' = \frac{1}{2}\mu''_{\text{рез}} \quad \left(\text{или}\ \chi'' = \frac{1}{2}\chi''_{\text{рез}}\right)$$

Подставляя сюда значения μ'' и $\mu''_{\text{рез}}$ и решая полученное уравнение относительно H_0, найдем в первом приближении (при $\omega_r \ll \omega_H$)

$$\mathrm{H}_{1/2} = H_\omega\left(1 \pm \frac{\omega_r}{\omega}\right), \qquad \text{где} \qquad \mathrm{H}_\omega = \frac{\omega}{\gamma}, \quad \Delta\mathrm{H} = \mathrm{H}_{1/2} - \mathrm{H}_0 = \frac{\omega}{\gamma} + \frac{\omega_r}{\gamma} - \frac{\omega}{\gamma} = \frac{\omega_r}{\gamma}.$$

Для полуширины резонансной кривой по μ''_a в первом приближении получается такое же выражение.

Ширина резонансной кривой прямо пропорциональна частоте релаксации.

Произведение максимума μ'' на ширину резонансных кривых есть величина постоянная для данного феррита

$$\mu''_{рез} \cdot 2\Delta H^2 = \frac{\omega_r}{\gamma} 2\pi\chi_0 \frac{\omega_p}{\omega_r} = 4\pi M_0.$$

То есть величина намагниченности насыщения M_0 и ширина резонансной кривой $2\Delta\mathrm{H}$ полностью характеризуют магнитные потери.

Чем больше намагниченность феррита, тем выше пики кривых μ'' и μ''_a. С уменьшением потерь в феррите помимо роста пиков сужаются сами кривые.

В отношении поведения вещественных составляющих тензора магнитной проницаемости, отметим, что в точке резонанса μ'_a всегда обращается в нуль.

В области слабых полей, когда феррит не намагничен до насыщения вышеприведенные формулы дают правильные результаты, если вместо намагниченности насыщения M_0 использовать текущее значение намагниченности M, соответствующей приложенному внешнему магнитному полю из технической кривой намагничивания.

УЧЕТ КОНЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ ОБРАЗЦА. ФОРМУЛА КИТТЕЛЯ.

Все предыдущие выводы были сделаны для среды бесконечных размеров. Для ферритовых тел ограниченных размеров отличие внутреннего магнитного поля, т.е. поля в данной точке образца от внешнего может быть значительным.

Наличие границ у образца приводит к появлению размагничивающего поля, поэтому результирующее внутреннее поле будет меняться в зависимости от формы образца.

Определение внутреннего поля по заданному внешнему полю может быть проведено с помощью размагничивающих факторов, которые имеют смысл для случая, когда магнитное поле внутри образца однородно. Однородность поля соблюдается только для тел определенной формы (эллипсоид или эллиптический цилиндр), находящихся под воздействием однородного статистического магнитного поля. Для них постоянную составляющую внутреннего поля можно определить следующим образом при произвольной ориентации магнитного поля относительно осей эллипсоида:

$$\vec{H}_i = \vec{H}_{oe} - \bar{\bar{N}}\vec{M},$$

где $\vec{H}_{oe}$ – внешнее поле, $\vec{M}$ – намагниченность образца, которая является однородной, $\bar{\bar{N}}$ – тензор размагничивания. Величина $\bar{\bar{N}}\vec{M}$ представляют собой размагничивающее поле.

Если внешнее магнитное поле направлено по оси z и совпадает с одной из осей эллипсоида, то внутреннее поле будет иметь вид

$$\vec{H}_i = \vec{H}_e - N_z \vec{M}_0$$

где N_z – размагничивающий фактор вдоль оси z. Заметим, что сумма размагничивающих факторов по осям эллипсоида величина постоянная

$$N_x + N_y + N_z = 4\pi$$

Составляющие внутреннего высокочастотного поля также можно определить с помощью размагничивающих факторов, однако тоже лишь для случая, когда поле внутри образца однородно. Это может иметь место только в небольших образцах, размеры которых много меньше длины волны СВЧ колебаний, т.е. когда поле внутри образца можно считать квазистатическим

$$\vec{h}_i = \vec{h}_e - N_z \vec{m},$$

где $\vec{h}_e$ – высокочастотное поле, в которое помещается образец.

Предположим внешнее поле H_0 совпадает с одной из осей эллипсоида. При этом постоянная намагниченность и постоянное внутренне поле $\vec{\mathrm{H}}_{io}$ будут совпадать по направлению с H_0. Оси координат, в которых будем решать задачу, совпадают с осями эллипсоида. При этом тензор размагничивания будет иметь вид диагонального тензора

$$\bar{\bar{N}} = \begin{vmatrix} N_x & 0 & 0 \\ 0 & N_y & 0 \\ 0 & 0 & N_z \end{vmatrix};$$

$$N_x + N_y + N_z = 4\pi.$$

Решим с этими оговорками задачу о собственных колебаниях вектора намагниченности, т.е. найдем выражение для собственной частоты прецессии. Для этого надо решить уравнение Ландау – Лифшица при следующих исходных данных (без учета потерь)

$$\vec{M} = \vec{M}_0 + \vec{m} e^{i\omega_0 t};$$

$$\vec{H}_i = \vec{H}_e - \bar{\bar{N}} \vec{M}_0 - \bar{\bar{N}} \vec{m}.$$

Подставим в уравнение Ландау – Лифшица:

$$i\omega_0 \vec{m} = -\gamma \left[\vec{M}_0 \left(\vec{H}_{oe} - \bar{\bar{N}} \vec{M}_0 \right) \right] + \gamma \left[\vec{M}_0 \bar{\bar{N}} \vec{m} \right] + \gamma \left[\left(\vec{H}_e - \bar{\bar{N}} \vec{M}_0 \right) \vec{m} \right]$$

В проекциях

$$i\omega m_x = -\gamma N_y m_0 m_y - \gamma H_0 m_y + \gamma m_0 N_z m_y;$$
$$i\omega m_y = \gamma M_0 N_x m_x + \gamma H_0 m_x - \gamma M_0 N_z m_x.$$

Откуда

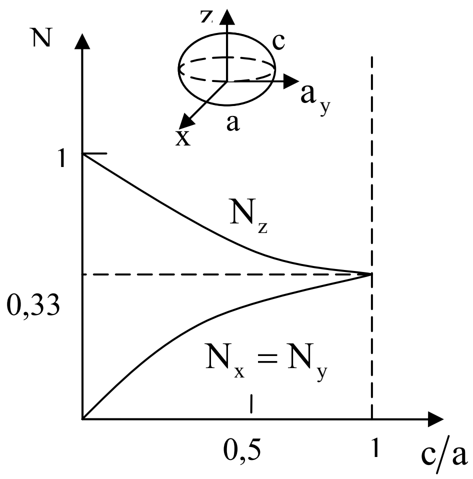
$$\omega = \gamma \sqrt{\left[H_e + \left(N_x - N_z \right) M_0 \right] \left[H_e + \left(N_y - N_z \right) M_0 \right]}$$ – это формула Киттеля.

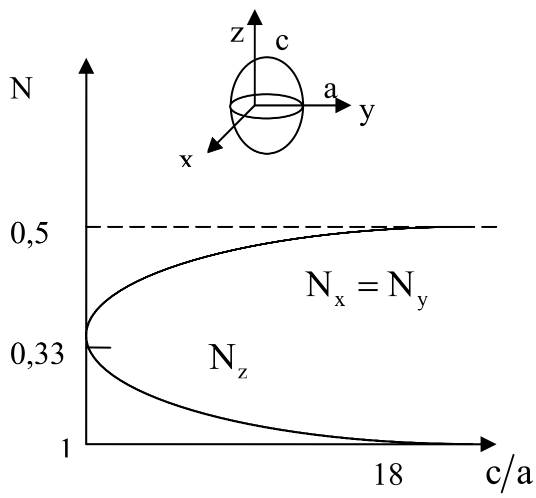
Таким образом резонансная частота зависит от формы ферритового образца.

Если среда безграничная, т.е. $N_x = N_y = N_z = \dfrac{4\pi}{3}$, то $\omega_0 = \gamma H_0$

Рассмотрим некоторые частные случаи этой формулы.

I Сфероид

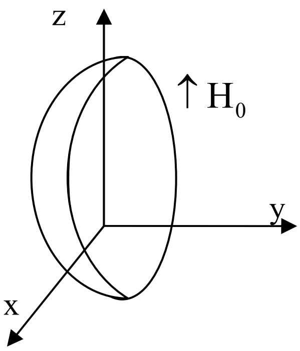




II

II. Пластина, намагниченная касательно плоскости

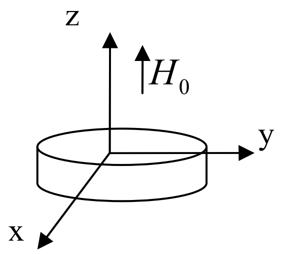
$$N_x = N_z = 0, \quad N_y = 4\pi;$$
$$\omega_{\parallel} = \gamma \left[H_0 \left(H_0 + 4\pi M_0 \right) \right]^{1/2} = \gamma \left(H_0 B_0 \right)^{1/2}$$



Физический смысл: образец охотнее намагничивается вдоль плоскости, при этом меньше поле рассеяния.

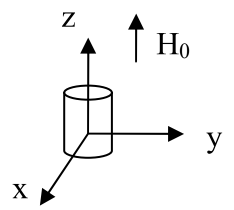
При $\lambda = 3см, 4\pi M_0 = 1770гс$, получаем $H_0 = 530э$

III. Пластина, намагниченная нормально плоскости



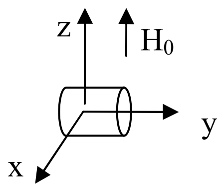
$$N_x = N_y = 0, \quad N_z = 4\pi;$$
$$\omega_\perp = \gamma\left(H_0 - 4\pi M_0\right)^{1/2},$$
$$H_0 = 240000э$$

IV. Цилиндр, намагниченный вдоль оси



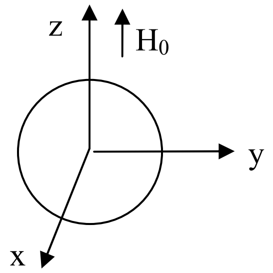
$$N_x = N_y = 2\pi, \quad N_z = 0;$$
$$\omega = \gamma\left(H_0 + 42\pi M_0\right)$$
$$H_0 = 12500э$$

V Цилиндр, намагниченный нормально



$$N_z = N_x = 2\pi; \quad N_y = 0,$$
$$\omega = \gamma\left[H_0\left(H_0 - 2\pi M_0\right)\right]^{1/2}$$

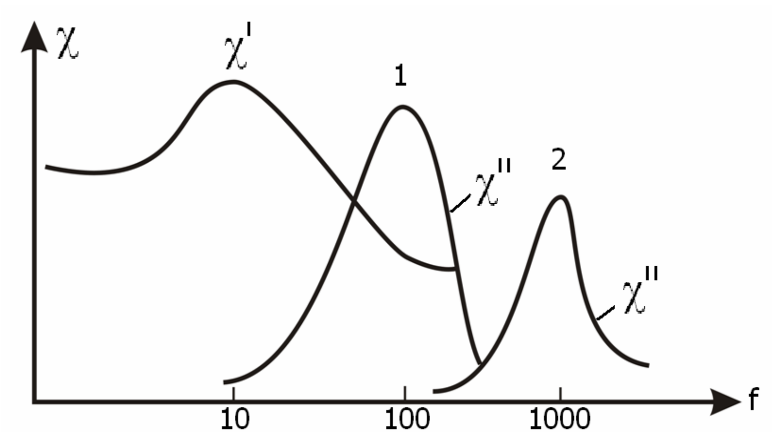
VI Сфера



$$N_x = N_y = N_z = \frac{4}{3}\pi; \quad N_y = 0,$$
$$\omega = \gamma H_0,$$
$$H_0 = 3570э$$

ЕСТЕСТВЕННЫЙ ФЕРРОМАГНИТНЫЙ РЕЗОНАНС

В отсутствие поля ферромагнетик представляет собой совокупность доменов. Такая слоистая структура сказывается на поведении ферромагнетика во внешнем переменном поле. Вод действием переменного поля границы доменов начнут смещаться с той же частотой. Очевидно, будет сказываться инерционность границ – стенок Блоха. В этом смысле им можно приписывать некоторую массу. При наложении поля появляется упругая сила, возвращающая границы доменов в начальное положение. Оказывается, что при некоторых частотах появляется максимальное смещение границ доменов – получается резонанс и наблюдается максимум потерь. Этот максимум очень размытый и широкий. Максимум 1 сильно размыт, т.к. совершенно разные по



размерам домены и границы между ними участвуют в этом процессе.

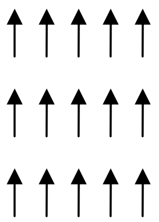
Вообще говоря внутри ферромагнетика действуют различные внутренние поля: поле рассеяния, поле анизотропии. Все их нужно вводить в уравнение Ландау – Лифшица:

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\gamma\left[\vec{M}\left(H_0 + H_{ан} + H_{рас} + ...\right)\right]$$

Т.е. даже при $H = 0$ домены находятся под действием различных внутренних полей. Как показывает эксперимент в отсутствие H_0 проявляются резонансные явления. Это называется естественным ферромагнитным резонансом (кривая 2 на рисунке). В настоящее время созданы ферриты с очень большими внутренними полями анизотропии – они называются гексаферритами и используются в коротковолновой части СВЧ диапазона, где создавать очень большие значения магнитного поля сложно. Недостатком гексаферритов являются сравнительно большие диэлектрические и магнитные потери.

СПИНОВЫЕ ВОЛНЫ

Рассмотрим безграничную намагниченную до насыщения ферромагнитную среду и представим ее как систему параллельных спинов. Распределение их в пространстве должно быть однородным, т.к. среда намагничена до насыщения и других сил, воздействующих на спины, нет. Но это картина идеализированная. Практически всегда есть нарушения однородности распределения спинов в пространстве, например, из – за деффектов кристаллической решетки.



Допустим, что один из спинов повернулся на некоторый угол по отношению к внешнему магнитному полю и появилась местная неоднородность намагниченности $\vec{M}$. Оказывается, что эта неоднородность не будет стоять на месте. Здесь можно провести аналогию с упругой средой, в которой возмущение распространяется в виде волн. В нашем случае возмущение $\vec{M}$ можно представить в виде суперпозиции плоских волн намагниченности, распространяющихся в системе упорядоченных спинов, и получивших название спиновых волн.

Ясно физически почему распространяется в пространстве возникшее возмущение – спины связаны между собой силами взаимодействия (например обменными силами) и поэтому отклонение от равновесного состояния одного спина передается другим спинам и возмущение начинает распространяться.

Зададим полную неоднородную в пространстве намагниченность в виде:

$$\vec{M}\left(\vec{r},t\right)=\vec{M}_0+\vec{m}_0 e^{i\left(\omega t-\vec{k}\vec{r}\right)},$$

где $k=\dfrac{2\pi}{\lambda_k}$ – волновой вектор.

Задача (математически) состоит в том, что необходимо решить уравнение Ландау – Лифшица с учетом заданного распределения намагниченности:

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\gamma\left[\vec{M}\vec{H}\text{ э.}\right],$$

где

$$\vec{\mathrm{H}}_{эф} = \vec{\mathrm{H}}_o + \vec{\mathrm{H}}_q + \vec{\mathrm{H}}_M .$$

Если появилась неоднородность распределения намагниченности, то полная энергия (по сравнения с равновесным состоянием) возрастет за счет роста энергии обменного взаимодействия, $\vec{\mathrm{H}}_q$ представляет собой ту часть эффективного магнитного поля, которое описывает избыточное обменное взаимодействие между спинами.

Оказалось, что это поле пропорционально градиенту намагниченности:

$$\vec{\mathrm{H}}_q = q\nabla^2\vec{\mathrm{M}}$$

(При этом надо помнить, что обменного магнитного поля нет, т.к. обменное взаимодействие носит электростатический характер, а $\vec{\mathrm{H}}$ обменное вводится для описания возмущения $\vec{\mathrm{M}}$).

q – коэффициент пропорциональности *и* равен

$$q = \frac{2Iea^2}{M_0}N,$$

a – постоянная кубической решетки

N – число частиц в единице объема

Это говорит о том, что $\vec{\mathrm{H}}_q$ и q описывает только близкодействие.

H_M та часть эффективного магнитного поля, которая характеризует магнитное взаимодействие спинов за счет их непараллельности в пространстве, т.е. это диполь – дипольное взаимодействие и представляет собой реальную, а не фиктивную величину. Это поле должно удовлетворять уравнениям Максвелла.

$rot\vec{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$; $div\vec{B}_m = 0$ – токи смещения отсутствуют. Так как длина спиновой волны меньше длины волны, распространяющейся в среде, то $\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} = 0$

Т.е. $rot\vec{H}_m = 0$ и $div\left(\vec{H}_m + 4\pi\vec{m}\right) = 0$.

Найдем:

$$rot\,rot\vec{H}_m = graddiv\vec{H}_m - \nabla^2\vec{H}_m = 0,$$

т.к. $div\vec{H}_m = -4\pi\, div\,\vec{m}$, то

можно записать, что
$$\vec{H}_m = H_{m0}e^{i\left(\omega t - \vec{k}\vec{r}\right)},$$
$$\nabla^2\vec{H}_m = -k^2\vec{H}_m$$

Подставим это в последнее уравнение $4\pi\, grad\, div\,\vec{m} = k^2\vec{H}_m$, т.е. $\vec{H}_m = \dfrac{4\pi}{k^2} grad\, div\,\vec{m}$ т.к. $\vec{H}_q = q\nabla^2\vec{M} = -k^2 q\vec{m}_0 e^{i\left(\omega t - \vec{k}\vec{r}\right)}$,

и все эффективные поля известны, то можно подставить их в уравнение Ландау – Лифшица и решить в линейном приближении с учетом того, что $\left|\vec{H}_q\right|, \left|\vec{H}_m\right| \sim \left|\vec{m}_0\right|$

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\gamma\left[\vec{M}\left(\vec{H}_0 + \vec{H}_q + \vec{H}_m\right)\right]; \quad \vec{M} = \vec{M}_0\vec{z}_0 + \vec{m}_0 e^{i\left(\omega t - \vec{k}\vec{r}\right)};$$
$$i\omega\vec{m}_0 = -\gamma\left[\vec{m}_0\vec{H}_0 + \vec{H}_0\vec{H}_q + \vec{M}_0\vec{H}_m\right],$$

Вычислим:

$$grad\, div\,\vec{m} = \left(\vec{i}\,\frac{\partial}{\partial x} + \vec{j}\,\frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\,\frac{\partial}{\partial z}\right)\left(\frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y} + \frac{\partial m_z}{\partial z}\right) =$$
$$= -i\left(\vec{i}\,\frac{\partial}{\partial x} + \vec{j}\,\frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\,\frac{\partial}{\partial z}\right)\left(\vec{m}_o\vec{k}\right)e^{i\left(\omega t - \vec{k}\vec{r}\right)} = -\vec{k}\left(\vec{m}_o\vec{k}\right)e^{i\left(\omega t - \vec{k}\vec{r}\right)}.$$

Здесь учтено, что

$$\frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y} + \frac{\partial m_z}{\partial z} = -i\left(\vec{m}_{ox}\vec{k}_x + \vec{m}_{oy}\vec{k}_y + \vec{m}_{oz}\vec{k}_z\right)e^{i\left(\omega t - \vec{k}\vec{r}\right)} =$$
$$= -i\left(\vec{m}_o\vec{k}\right)e^{i\left(\omega t - \vec{k}\vec{r}\right)}.$$

Т.е. $\vec{H}_m = -\dfrac{4\pi}{k^2}\vec{k}\left(\vec{m}_o\vec{k}\right)e^{i\left(\omega t - \vec{k}\vec{r}\right)}$

Подставим это в уравнение Ландау – Лифшица.

$$i\omega\vec{m}_0 = -\gamma\left[\vec{m}_0\vec{H}_0\right] + \gamma k q^2\left[\vec{M}_0\vec{m}_0\right] + \gamma\frac{4\pi}{k^2}\left[\vec{M}_0\vec{k}\left(\vec{m}_0\vec{k}_0\right)\right]$$

Спроектируем данное векторное уравнение на оси координат

$$i\omega\vec{m}_{0x} = -\gamma m_{0y}H_0 - \gamma q k^2 M_0 m_{0y} - \gamma\frac{4\pi}{k^2}\left(m_{0x}k_x + m_{0y}k_y\right)M_0 k_y;$$

$$i\omega\vec{m}_{0y} = -\gamma m_{0x}H_0 + \gamma q k^2 M_0 m_{0x} + \gamma\frac{4\pi}{k^2}\left(m_{0x}k_x + m_{0y}k_y\right)M_0 k_x;$$

$$i\omega\vec{m}_{0z} = 0.$$

$m_{oz} = 0$, поэтому мы его не учитывали в скалярном произведении $\left(\vec{m}_0\vec{k}\right)$.

$$\left(i\omega + \frac{4\pi}{k^2}M_0 k_x k_y\right)m_{0x} + \left(\gamma H_0 + \gamma q k^2 M_0 + \frac{4\pi\gamma}{k^2}M_0 k_y^2\right)m_{0y} = 0;$$

$$\left(\gamma\vec{H}_0 + \gamma q k^2 M_0 + \frac{4\pi\gamma}{k^2}M_0 k_x^2\right)m_{0x} - \left(i\omega - \frac{4\pi\gamma}{k^2}M_0 k_x k_y\right)m_{0y} = 0.$$

Обозначим

$$\gamma \mathrm{H}_0 = \omega_0; \quad 4\pi\gamma \mathrm{M}_0 = \omega_{\mathrm{M}}; \quad \gamma q \mathrm{M}_0 = \omega_q$$

Откуда $$\left(\omega_0 + \omega_q k^2 + \omega_M\frac{k_x^2}{k^2}\right)m_{0x} - \left(i\omega - \omega_M\frac{k_x k_y}{k^2}\right)m_{oy} = 0$$

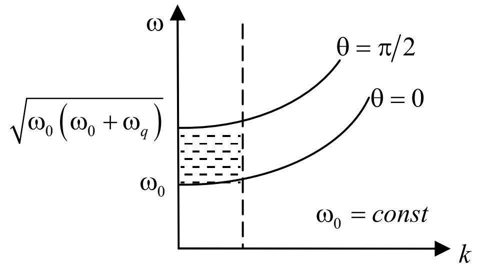
$$\omega^2 = \left(\omega_0 + \omega_q k^2\right)\left(\omega_0 + \omega_q k^2 + \omega_M\frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2}\right)$$

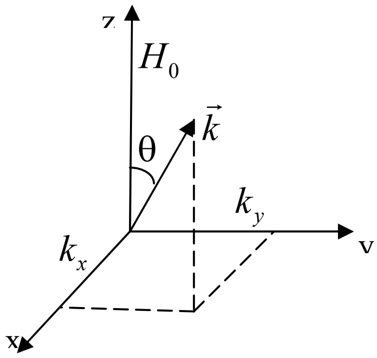
Заметим, что отношение $\dfrac{k_x^2 + k_y^2}{k^2} = \sin^2\theta$, где $\theta -$ угол между направлением внешнего подмагничивания и направлением распространения плоской спиновой волны. Тогда

$$\omega^2 = \left(\omega_0 + \omega_q k^2\right)\left(\omega_0 + \omega_q k^2 + \omega_M\sin^2\theta\right)$$

I $\theta = 0$, значит $\omega = \omega_0 + \omega_q k^2$, т.е. это обычная парабола

II $\theta = \dfrac{\pi}{2}$, значит $\omega^2 = \left(\omega_0 + \omega_q k^2\right)\left(\omega_0 + \omega_q k^2 + \omega_M\right)$. Это и есть спектр спиновых волн $\omega(k)$. Он является непрерывным. Изобразим графически эту зависимость.





Весь спектр заключен между двумя этими кривыми. Нижняя кривая соответствует распространению спиновой волны вдоль внешнего магнитного поля, верхняя – перпендикулярно ему. Как видим, собственная прецессия $\omega_0=\gamma H_0$ является частным случаем спиновой волны с $k=0$ или $\lambda_k=\infty$. Если $\omega_q k^2 \ll \omega_0, \quad \omega_M$, т.е. для слабых сил обменного взаимодействия, получаем

$$\omega=\omega_0\left(\omega_0+\omega_M\sin^2\theta\right)$$

которое является выражением для частоты магнитостатических волн в неограниченной среде без потерь.

Видно, что частота магнитостатических волн не зависит от волнового вектора $\vec{k}$, а определяется только величиной подмагничивания и углом между направлением распространения и направлением подмагничивания.

Наличие обменного взаимодействия приводит к росту ω при увеличении $\left|\vec{k}\right|$ спиновых волн. При очень больших $\left|\vec{k}\right|$ имеет место квадратичный закон изменения ω (дисперсии)

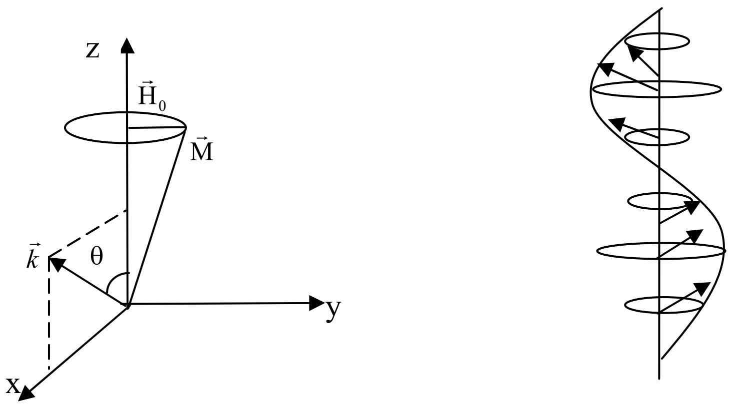
$$\omega\approx\omega_q k^2$$

Для $\theta=0$ т.е. для спиновых волн распространяющихся в направлении постоянного поля имеем $\omega=\omega_0+\omega_q k^2$

Если $\omega_m<\omega_0+\omega_q k^2$ можно приближенно получить $\omega\approx\omega_0+\omega_q k^2+\frac{1}{2}\omega_m\sin^2\theta$

Для определения поляризации спиновых волн вернемся к уравнениям, связывающим m_{0x} и m_{0y}, тогда получим для частного случая распространения спиновой волны с $k_y = 0$

$$\frac{m_{0y}}{m_{0x}} = -\frac{i\omega}{\omega_0 + \omega_q k^2} = -i\frac{\sqrt{\left(\omega_0 + \omega_q k^2\right)^2 + \omega_M\left(\omega_0 + \omega_q k^2\right)\sin^2\theta}}{\omega_0 + \omega_q k^2} =$$
$$= -i\sqrt{1 + \frac{\omega_M}{\omega_0 + \omega_q k^2}\sin^2\theta},$$



Отсюда видно, что $m_{0Y} = -im_{0X}$ при $\theta = 0$, т.е. спиновые волны, распространяющиеся в направлении постоянного намагничивания имеют круговую поляризацию с правым вращением. Для углов $\theta \neq 0$ поляризация становиться эллиптической, но она мало отличается от круговой при $\omega_m < \omega_0 + \omega_q k^2$ и приближается к ней с ростом $\left|\vec{k}\right|$.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПЛОСКИХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В НЕОГРАНИЧЕННОЙ ФЕРРИТОВОЙ СРЕДЕ

В качестве первой наиболее простой задачи электродинамики гиротропных сред рассмотрим распространение однородных плоских волн в неограниченной среде (У однородной волны составляющие поля зависят от одной координаты z – в направлении распространения, кроме того для плоской волны координата z– декартова, так что поверхности равной фазы $z = const$ представляет собой плоскости). Эта задача представляет интерес не только как пример использования уравнений электродинамики гиротропных сред, но и как модель волноводных систем, содержащих гиротропные среды.

Рассмотрим однородную плоскую волну, которая распространяется в безграничной ферритовой среде без потерь (токов проводимости в среде нет) с параметрами $\varepsilon\overline{\overline{\mu}}$ под углом θ к постоянному магнитному полю, направленному по оси z. Временная зависимость векторов $\vec{\mathrm{E}}$ и $\overleftarrow{\mathrm{H}}$ гармоническая $e^{i\omega t}$.

Задача заключается прежде всего в определении постоянной распространения этой волны в зависимости от параметров среды и угла θ. Уравнения Максвелла

$$rot\vec{E} = -\frac{i\omega}{c}\overline{\overline{\mu}}\vec{H} = -\frac{i\omega}{c}\left(1 + 4\pi\overline{\overline{\chi}}\right)\vec{H};$$

$$rot\vec{H} = \frac{i\omega}{c}\varepsilon\vec{E}.$$

Исключим вектор $\vec{\mathrm{E}}$ из уравнений

$$rotrot\vec{H} = \frac{i\omega}{c}\varepsilon\frac{i\omega}{c}\overline{\overline{\mu}}\vec{H} = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2\varepsilon\overline{\overline{\mu}}\vec{H}$$

Учитывая, что

$$rotrot\vec{H} = drad\, div\vec{H} - \nabla^2\vec{H} = -\nabla^2\vec{H} + \vec{\nabla}\left(\vec{\nabla}\vec{H}\right),$$

А также, что

$$\vec{H} = H_0 e^{-\beta(\vec{n}\vec{r})}$$

β – волновой вектор, в направлении распространения, где

$\vec{n}$ – единичный вектор в направлении распространения.

Заметим, что

$$rot\vec{H} = \left[\vec{\nabla}\vec{H}\right]; \quad rotrot\vec{H} = \left[\vec{\nabla}\left[\vec{\nabla}\vec{H}\right]\right] = \vec{\nabla}\left(\vec{\nabla}\vec{H}\right) - \nabla^2\vec{H};$$

$$\nabla^2\vec{H} = \beta^2 n^2\vec{H}.$$

После подстановки

$$rotrot\vec{H} = \beta^2\left(-n^2\vec{H} + \left(\vec{n}\vec{H}\right)\vec{n}\right) = k^2\varepsilon\overline{\overline{\mu}}\vec{H}$$

I. ПРОДОЛЬНОЕ НАМАГНИЧИВАНИЕ

$$n_x = n_y = 0, \quad n_z = 1, \quad \vec{H} = H_o e^{-\beta z}$$

В этом случае проекция векторного уравнения

$$\beta^2 \left[-n^2 \vec{H} + \left(n^2 \vec{H} \right) n \right] = k^2 \varepsilon \bar{\bar{\mu}} \vec{H}$$

на оси координат имеет вид

$$-\beta^2 H_x = k^2 \varepsilon \left(\mu H_x - i \mu_a \mathrm{H}_y \right);$$
$$-\beta^2 H_y = k^2 \varepsilon \left(i \mu_a H_x - \mu \mathrm{H}_y \right);$$
$$H_z = 0.$$

Возьмем отношение

$$\frac{H_x}{\mathrm{H}_y} = \frac{\mu H_x - i \mu_a \mathrm{H}_y}{i \mu_a H_x - \mu \mathrm{H}_y} \text{ или } i \mu_a H_x^2 + \mu H_x \mathrm{H}_y = \mu H_x \mathrm{H}_y - i \mu_a \mathrm{H}_y^2.$$

Откуда

$$H_x^2 = -\mathrm{H}_y^2 \text{ и } H_x = \pm i \mathrm{H}_y.$$

Это значит, что решение представляет собой плоские волны, поляризованные по кругу влево и вправо.

Подставим соотношение $H_x = \pm i \mathrm{H}_y$ в одно из скалярных уравнений, получим $\beta_\pm^2 = -k^2 \varepsilon \left(\mu \pm \mu_a \right) = -k^2 \varepsilon \mu_\pm$, где $\mu_\pm = \mu \pm \mu_a$ соответственно. Это означает, что для каждой из волн (правой и левой) в отдельности среда является изотропной с эффективными параметрами $\mu_+ = \mu + \mu_a, \quad \mu_- = \mu - \mu_a$

В соответствии с этим и магнитная восприимчивость также будет скалярной величиной.

$$\chi_+ = \chi + \chi_a, \quad \chi_- = \chi - \chi_a$$

Имея в виду, что

$$\chi = \chi_0 \frac{\omega_H^2}{\omega_H^2 - \omega^2}, \quad a \quad \chi_a = \chi_0 \frac{\omega \omega_H}{\omega_H^2 - \omega^2}$$

Для χ_+ и χ_- получим

$$\chi_{\pm} = \chi_0 \frac{\omega_H^2}{\omega_H^2 - \omega^2} \pm \chi_0 \frac{\omega\omega_H}{\omega_H^2 - \omega^2} = \chi_0 \frac{\omega\omega_H}{\omega_H^2 - \omega^2}\left(\omega_H \pm \omega\right),$$

$$\chi_{+} = \chi_0 \frac{\omega_H}{\omega_H - \omega}, \quad \chi_{-} = \chi_0 \frac{\omega_H}{\omega_H - \omega},$$

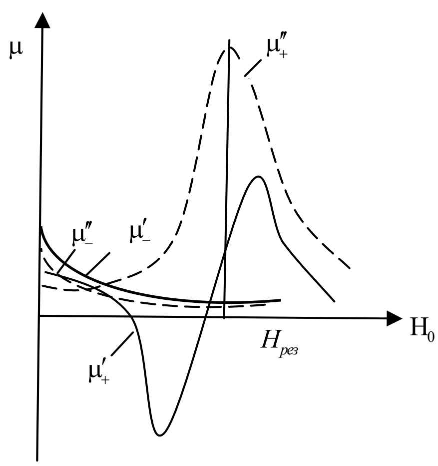
соответственно

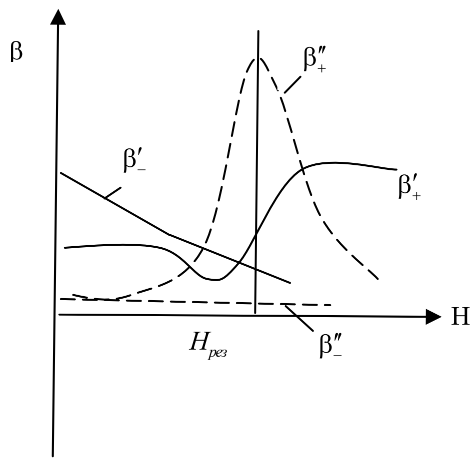
$$\mu_{\pm} = 1 + 4\pi\chi_0 \frac{\omega_H}{\omega_H \mp \omega}.$$

Это означает, что для волн с правым вращением μ_+ имеет место резонанс при $\omega = \omega_H$ и эта поляризация поглощается средой, а энергия уходит на раскачку прецессии вектора намагниченности. Волна, поляризованная влево μ_- в знаменателе не содержит резонансного члена, а физически это означает, что направление поляризации и направление прецессии вектора намагниченности не совпадает, поэтому нет и резонанса.

Это так называемый продольный ферромагнитный резонанс.

Изобразим графически зависимость магнитной проницаемости и постоянной распространения правых и левых волн от величины магнитного поля





Из кривых видно, что для всех значений приложенного поля $\beta''_+ \gg \beta''_-$, т.е. в бесконечной среде имеет место невзаимное затухание. Для области полей, меньших, чем резонансная фазовая постоянная $\beta'_- > \beta'_+$.

Действительно, полагая $\beta = \beta'' + i\beta'$ и разделяя действительную и мнимую части получим

$$\beta''_\pm = k\left(\frac{\varepsilon}{2}\right)^{1/2}\left\{\left[\left(\mu'_\pm\right)^2 + \left(\mu''_\pm\right)^2\right]^{1/2} - \mu'_\pm\right\}^{1/2},$$

$$\beta'_\pm = k\left(\frac{\varepsilon}{2}\right)^{1/2}\left\{\left[\left(\mu'_\pm\right)^2 + \left(\mu''_\pm\right)^2\right]^{1/2} - \mu'_\pm\right\}^{1/2}.$$

Постоянная затухания β''_+ довольно велика в некоторой области значений $H < H_{рез}$, хотя резонансные потери характеризуемые $\mu''_\pm$, пренебрежительно малы в этой области. Для малых полей, полагая μ''_+ мало, а μ'_+ – отрицательно, получим

$$\beta''_+ \simeq k\left(\varepsilon'\mu'_+\right)^{1/2}, \quad \mu'_+ < 0;$$

$$\beta''_+ \simeq \frac{k}{2}\sqrt{\varepsilon}\,\frac{\mu''_\pm}{\left|\mu'_+\right|^{1/2}} \to 0, \quad \frac{\left(\mu''_+\right)^2}{\left|\mu'_+\right|^{1/2}} \ll 1,$$

Тоесть среда находится в режиме, близком к отсечке. Большое затухание определяется не резонансными потерями $\mu''_\pm$, а величиной $\left|\mu'_+\right|$.

При положительных значениях $\mu'_\pm$ в области выше и ниже резонанса, для случая

$$\frac{\left(\mu''_\pm\right)^2}{\left(\mu'_+\right)^2} \ll 1,$$

получим

$$\beta''_\pm \simeq \frac{k}{2}\sqrt{\varepsilon}\,\frac{\mu''_\pm}{\mu'_\pm};$$

$$\beta'_\pm \simeq k\sqrt{\varepsilon\mu'_\pm}.$$

Из этих выражений видно, что $\beta''_+ > \beta''_-$ для всех $\left|\vec{H}\right|$, так что в безграничной среде имеет место невзаимное затухание. Для $H < H_{рез}$ – $\beta'_- > \beta'_+$, для $H > H_{рез}$ – наоборот. Дифференциальный фазовый сдвиг $\left|\beta'_{+} - \beta'_{-}\right|$ относительно велик для всех $H < H_{рез}$. Для $H > H_{рез}$ дифференциальный фазовый сдвиг уменьшается с увеличением $\left|\vec{H}\right|$. Это указывает на целесообразность создания невзаимных фазовых устройств, работающих в магнитных полях, далеких от резонансного.

ЭФФЕКТ ФАРАДЕЯ

Линейно поляризованную плоскую волну можно разложить на две поляризованные по кругу волны с противоположным направлением вращения. На заданной длине l поляризованные по кругу составляющие поля будут иметь сдвиги фаз θ^{+} и θ^{-}. Если не учитывать затухание, то результирующий поворот поляризации линейно поляризованной волны будет

$$\theta = \frac{\theta^{-} - \theta^{+}}{2} = \frac{l}{2}\left(\beta_{-} - \beta_{+}\right)$$

Угол поворота поляризации на единицу длины

$$\frac{\theta}{l} = \frac{\beta_{-} - \beta_{+}}{2} = \frac{k}{2}\sqrt{\varepsilon}\left[\left(\mu - \mu_a\right)^{1/2}\right] = k\sqrt{\varepsilon}\left[\left(\mu_{-}\right)^{1/2} - \left(\mu_{+}\right)^{1/2}\right] =$$
$$= \frac{k}{2}\sqrt{\varepsilon}\left[\left(1 + \frac{\omega_{М}}{\omega_0 + \omega}\right)^{1/2} - \left(1 + \frac{\omega_{М}}{\omega_0 + \omega}\right)^{1/2}\right].$$

Обозначим $\beta_{-} = \gamma - \delta, \quad \beta_{+} = \gamma + \delta,$ тогда $\delta = \frac{1}{2}\left(\beta_{+} - \beta_{-}\right)$

Поворот плоскости поляризации линейно поляризованной волны на длине l

$$\theta = \delta l = \frac{k}{2}\sqrt{\varepsilon}\left(\sqrt{\mu - \mu_a} - \sqrt{\mu + \mu_a}\right)l$$

Пренебрегая затуханием, можно положить

$$\mu_{+} = 1 + \frac{\omega_{М}}{\omega_0 \mp \omega},$$

тогда $$\frac{\theta}{l}=\frac{k}{2}\sqrt{\varepsilon}\left[\left(1+\frac{\omega_M}{\omega_0+\omega}\right)^{1/2}-\left(1+\frac{\omega_M}{\omega_0+\omega}\right)^{1/2}\right].$$

Полагая $f=9000 МГц,\quad H_0=500 эрст.,\quad \varepsilon=13,\quad 4\pi M_0=2000 гс., \frac{\theta}{l}\sim 140\frac{град.}{см}$.

Если $\omega_M \ll \omega_0$ и $\omega<\omega_0$ т.е. в первом приближении угол поворота поляризации не зависит от частоты, а зависит от намагниченности насыщения.

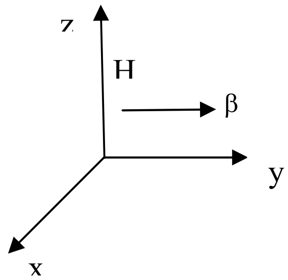
В области магнитных полей, где μ'_- имеет отрицательный знак происходит резкое изменение фазовой постоянной β_- для волны правой поляризации, а затухание β''_+ оказывается гораздо больше, чем затухание, определяемое шириной резонансной кривой (явление отсечки).

Поворот плоскости поляризации линейно-поляризованной волны в продольно – намагниченной ферритовой среде называется эффектом Фарадея. Волны с круговой поляризацией левого и правого направления вращения являются нормальными волнами продольно намагниченной среды.

ПОПЕРЕЧНОЕ ПОДМАГНИЧИВАНИЕ.ЭФФЕКТ КЕРРА

Вспомним полученное нами векторное уравнение

$$\beta^2\left[-n^2\vec{H}+\left(\vec{n}\vec{H}\right)\vec{n}\right]=k^2\varepsilon\bar{\bar{\mu}}\vec{H}$$



Поскольку $\vec{n}$ – единичный вектор вдоль распространения волны, то $n_x=n_z=0,\quad n_y=1$

В проекциях на оси координат векторное уравнение будет иметь вид:

$$\beta^2\left(-n^2H_x+0\right)=k^2\varepsilon\left(\mu H_x+i\mu_a H_y\right),$$
$$\beta^2\left(-n^2H_y+n^2H_y\right)=k^2\varepsilon\left(-i\mu_a H_x+\mu H_y\right),$$
$$\beta^2 H_z=k^2\varepsilon\mu_{\parallel}$$

Из 3 –го уравнения сразу получаем, что $\beta = \pm ik\sqrt{\varepsilon\mu_{\parallel}}$. Если $\mu_{\parallel} = 1$, т.е. среда намагничена до насыщения, то $\beta = \pm ik\sqrt{\varepsilon}$. Такая волна называется **обыкновенной** и ее постоянная распространения не зависит от магнитных свойств среды. Это поперечная волна у которой есть только H_z. Она поперечно – электрическая (ТЕ) относительно направления распространения и поперечно-магнитная (ТМ) относительно направления постоянного поля. Два оставшихся уравнения дают:

$$\left(k^2\varepsilon\mu + \beta^2\right)\mathrm{H}_x + i\mu_a k^2\varepsilon\mu\mathrm{H}_y = 0$$
$$-i\mu_a k^2\varepsilon\mu\mathrm{H}_x + k^2\varepsilon\mu\mathrm{H}_y = 0$$

Определитель системы однородных уравнений приравняем нулю

$$\begin{vmatrix} k^2\varepsilon\mu + \beta^2 & i\mu_a k^2\varepsilon \\ -i\mu_a & \mu \end{vmatrix} = 0,$$

отсюда

$$k^2\varepsilon\mu^2 + \beta^2\mu - k^2\varepsilon\mu_a = 0,$$
$$\beta = \pm ik\sqrt{\varepsilon}\sqrt{\mu - \frac{\mu_a^2}{\mu}}.$$

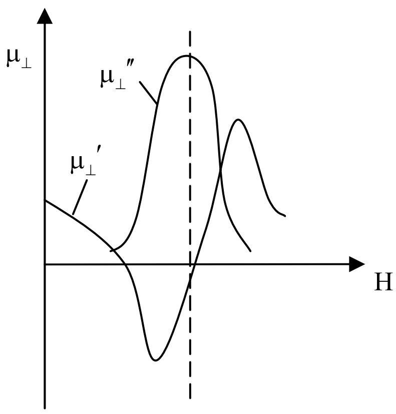
Величина $\mu_{\perp} = \mu_{эф} = \mu - \dfrac{\mu_a^2}{\mu}$ характеризует магнитные свойства среды для этой волны, т.е. для волны с перпендикулярным направлением подмагничивания относительно направления распространения волны. Такая волна называется необыкновенной волной и ее постоянная распространения

$$\beta = \pm ik\sqrt{\varepsilon\mu_{\perp}}$$

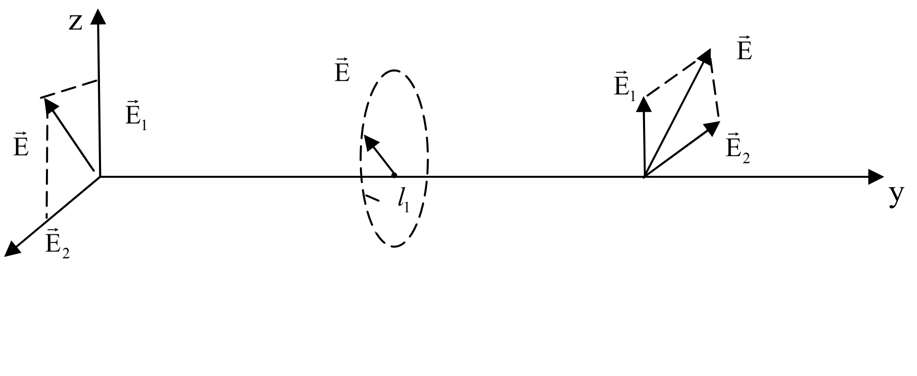
Как и в случае продольного подмагничивания, где было две собственные волны с правой и левой поляризацией поля, имеем две нормальные волны: обыкновенную и необыкновенную с разными фазовыми скоростями. Этот эффект называется эффектом Керра или двойного лучепреломления. Распишем

$$\mu_\perp = \mu - \frac{\mu_a^2}{\mu} = \frac{\left(1+\frac{\omega_0\omega_M}{\omega_0^2-\omega^2}\right)^2 - \left(\frac{\omega_M\omega}{\omega_0^2-\omega^2}\right)^2}{1+\frac{\omega_0\omega_M}{\omega_0^2-\omega^2}} = \frac{\omega_0^2\left(1+\frac{\omega_M}{\omega_0}\right)+\omega^2}{\omega_0^2\left(1+\frac{\omega_M}{\omega_0}\right)-\omega^2}.$$

Отсюда следует, что в точке, где $\omega=\omega_0\sqrt{1+\frac{\omega_M}{\omega_0}}$ имеет место поперечный ферромагнитный резонанс $\omega_{\perp рез} = \gamma H_0\sqrt{1+4\pi\chi_0}$ или $H_{\perp рез} = \sqrt{\left(\frac{\omega}{\gamma}\right)^2 - \left(2\pi M_0\right)^2} - 2\pi M_0$. Условие поперечного резонанса, как видим, отличается от условия продольного резонанса.



Произвольная однородная плоская волна, распространяющаяся перпендикулярно направлению постоянного намагничивания может быть представлена в виде суммы распространенных нормальных волн. Различие постоянных распространения этих волн приведет к тому, что поляризация суммарной волны будет преобразовываться по мере распространения.

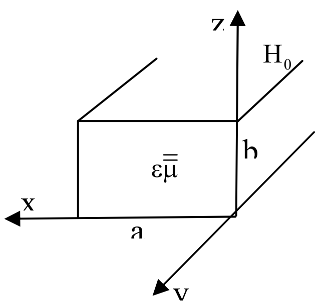


Предположим, что вектор суммарной волны при $y=0$ линейно-поляризован в направлении, составляющем 45^0 с осью x в плоскости xz. Эта волна может быть разложена две нормальные волны с равными амплитудами и фазами электрического поля $(y=0)$: необыкновенную и обыкновенную волну. Различие постоянных распространения приведет к преобразованию поляризации суммарной волны. При $y=l_1$, где $(\beta_1-\beta_2)l_1=\dfrac{\pi}{2}$ электрическое поле будет иметь круговую поляризацию, а при $y=2l_1$ т.е. $(\beta_1-\beta_2)l_2=\pi$ снова линейную, но в перпендикулярном направлении. В промежутках будет эллиптическая поляризация.

Следует подчеркнуть, что преобразование поляризации в поперечно – намагниченной среде является взаимным (в отличие от продольно – намагниченной среды). Это связанно с тем, что μ_a входит в постоянные распространения только в четных степенях.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ВОЛНОВОДЕ, ПОЛНОСТЬЮ ЗАПОЛНЕННОМ ФЕРРИТОМ.

Рассмотрим теперь регулярный волновод с гиротропной средой, намагниченной в направлении, перпендикулярном оси волновода (поперечное подмагничивание). Мы остановимся на конкретном примере прямоугольного волновода с постоянным полем, перпендикулярным его широкой стенке. Такие



волноводы с ферритом широко используются в технике сверхвысоких частот. Важным их преимуществом является сравнительно малый магнитный зазор.

Остановимся прежде всего на задаче о регулярном прямоугольном волноводе, целиком заполненном поперечно намагниченной средой.

Рассмотрим случай гармонической зависимости от y и t.

$$\vec{E}=\vec{E}(x,z)e^{-i\beta y}e^{-i\omega t}$$
$$\vec{H}=\vec{H}(x,z)e^{-i\beta y}e^{-i\omega t}$$

β – постоянная распространения волны в волноводе. Эти поля должны удовлетворять уравнениям Максвелла

$$rot\vec{\mathrm{E}} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \quad rot\vec{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{D}}{\partial t};$$
$$\vec{\mathrm{B}} = \overline{\overline{\mu}}\vec{H}; \ \vec{D} = \varepsilon\vec{\mathrm{E}}; \quad div\vec{D} = 0, \quad div\vec{\mathrm{B}} = 0.$$

Распишем векторные уравнения Максвелла по осям координат

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -ik\left(\mu \mathrm{H}_x + i\mu_a \mathrm{H}_y\right);$$
$$\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} = ik\left(-i\mu_a \mathrm{H}_x + \mu \mathrm{H}_y\right);$$
$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial t} = -ik\mu_a \mathrm{H}_z;$$
$$\frac{\partial \mathrm{H}_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = -ik\varepsilon E_x; \quad \frac{\partial \mathrm{H}_z}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial z} = -ik\varepsilon E_y; \quad \frac{\partial \mathrm{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = ik\varepsilon E_z;$$

Рассмотрим простейшие типы волн в таком волноводе, характеризующиеся независимостью поля от координаты z (ось z, как всегда, совпадает с направлением постоянного подмагничивания). Полагая в уравнениях $\frac{\partial}{\partial z} = 0$, а $\frac{\partial}{\partial y} \sim -i\beta$. Легко заметить, что система из шести уравнений распадается на две независимые между собой системы с составляющими полей одна для $\mathrm{E}_x, \mathrm{E}_y, \mathrm{H}_z$, другая - $\mathrm{E}_z, H_x, \mathrm{H}_y$

$$\beta E_z = k\left(\mu \mathrm{H}_x + i\mu_a \mathrm{H}_y\right); \qquad \frac{\partial E_y}{\partial x} + i\beta \mathrm{E}_x = -iki\mu_a \mathrm{H}_z;$$
$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = ik\left(-i\mu_a \mathrm{H}_x + \mu \mathrm{H}_y\right); \qquad -\beta \mathrm{H}_z = k\varepsilon \mathrm{E}_x;$$
$$\frac{\partial \mathrm{H}_y}{\partial x} + i\beta \mathrm{H}_x = ik\varepsilon E_z; \qquad \frac{\partial \mathrm{H}_z}{\partial x} + i\beta H_x = ik\varepsilon \mathrm{E}_z.$$

Т.е. мы получили системы уравнений, описывающие TE_{mo} и $\mathrm{T}M_{mo}$ типы колебаний соответственно.

Учтем граничные условия задачи $\left[\vec{\mathrm{E}}\vec{n}_0\right] = 0$ на стенках волновода где $\vec{n}_0$ – единичный вектор нормали к поверхности волновода . В нашем конкретном случае это дает

$$\mathrm{E}_y = 0 \quad при \quad x = 0, \quad x = a, \quad z = 0, \quad z = b,$$
$$\mathrm{E}_x = 0 \quad при \qquad\qquad\qquad z = 0, \quad z = b,$$
$$\mathrm{E}_z = 0 \quad при \quad x = 0, \quad x = a.$$

Из первого граничного условия следует, что $\mathrm{E}_y = 0$ так как $\mathrm{E}_y = 0 \quad при \quad z = 0,$ в а $\frac{\partial}{\partial y} = 0$ значит при всех $z \mathrm{E}_y = 0$. Это означает, что полей $\mathrm{T}M_{mo}$ не существует в прямоугольном волноводе. (Другими словами обыкновенная волна не существует). Из первых двух уравнений оставшейся системы выразим H_x и H_y через E_z

I . $$\mu_a \beta \mathrm{E}_z - \mu \frac{\partial \mathrm{E}_z}{\partial x} = \left(ik\mu_a^2 - ik\mu^2 \right) \mathrm{H}_y,$$

$$\frac{\partial \mathrm{E}_z}{\partial x} - \beta \frac{\mu_a}{\mu} \mathrm{E}_z = ik\mu_\perp \mathrm{H}_y, \quad \mathrm{H}_y = \frac{1}{ik\mu_\perp} \left(\frac{\partial \mathrm{E}_z}{\partial x} - \beta \frac{\mu_a}{\mu} \mathrm{E}_z \right).$$

II . $$\mu\beta \mathrm{E}_z - \mu_a \frac{\partial \mathrm{E}_z}{\partial x} = \left(k\mu^2 - k\mu_a^2 \right) \mathrm{H}_x, \ \mathrm{H}_x = \frac{1}{ik\mu_\perp} \left(\beta \mathrm{E}_z - \frac{\mu_a}{\mu} \frac{\partial \mathrm{E}_z}{\partial x} \right).$$

Подставим это в 3-е уравнение

$$\frac{1}{ik\mu_\perp} \left(\frac{\partial^2 \mathrm{E}_z}{\partial x^2} - \beta \frac{\mu_a}{\mu} \frac{\partial \mathrm{E}_z}{\partial x} \right) + \frac{i\beta}{k\mu_\perp} \left(\beta \mathrm{E}_z - \frac{\mu_a}{\mu} \frac{\partial \mathrm{E}_z}{\partial x} \right) = ik\varepsilon \mathrm{E}_z;$$
$$\frac{1}{ik\mu_\perp} \frac{\partial^2 \mathrm{E}_z}{\partial x^2} + \frac{i\beta^2}{k\mu_\perp} \mathrm{E}_z - ik\varepsilon \mathrm{E}_z = 0;$$
$$\frac{\partial^2 \mathrm{E}_z}{\partial x^2} + \left(k\varepsilon\mu_\perp - \beta^2 \right) \mathrm{E}_z = 0.$$

Обозначим $k^2 \varepsilon \mu_\perp - \beta^2 = \chi^2$, тогда

$$\frac{d^2 \mathrm{E}_z}{dx^2} + \chi^2 \mathrm{E}_z = 0,$$

где – χ поперечное волновое число. Полученное уравнение для E_z такое же, как и для изотропного случая, значит и его решение, можно написать в виде

$$\mathrm{E}_z = A \sin \chi x + B \cos \chi x.$$

Граничные условия состоят в следующем

$$E_z = 0 \Big|_{x=a.}^{x=0}$$

Из верхнего граничного условия следует $B = 0$ из нижнего $\chi = \dfrac{n\pi}{a}, \quad n = 1,2,3...$.

После этого можно написать выражение для постоянной распространения

$$\beta = \sqrt{k^2\varepsilon\mu_\perp - \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2}$$

Полагая здесь $\beta = 0$ (при этом $\varepsilon\mu_\perp$ – вещественно) получим выражение для предельных длин волн

$$\lambda_{np} = \frac{2a}{n}\sqrt{\varepsilon\mu_\perp}$$

Таким образом, предельная длина волны в рассматриваемом случае, а, следовательно, фазовая групповая скорости определяются по тем же формулам, как и для волновода с изотропной средой с заменой $\mu \to \mu_\perp$.

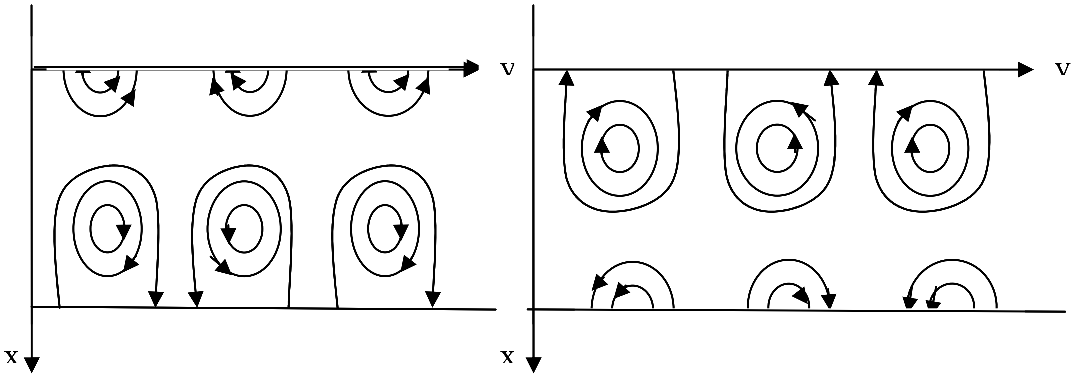
Структура электрического поля также не отличается от случая изотропной среды. Можно убедиться, что не отличается от случая изотропной среды и магнитная индукция $\vec{B} = \overline{\overline{\mu}}\vec{H}$. Однако структура магнитного поля существенно отличается от изотропного случая.

Действительно:

$$H_x = \frac{A}{k\mu_\perp}\left(\beta\sin\frac{n\pi}{a}x - \frac{\mu_a}{\mu}\left(\frac{n\pi}{a}\right)\cos\frac{n\pi}{a}x\right);$$
$$H_y = \frac{A}{ik\mu_\perp}\left(\left\{\frac{n\pi}{a}\right\}\cos\frac{n\pi}{a}x - \beta\frac{\mu_a}{\mu}\sin\frac{n\pi}{a}x\right).$$

Как видно из этих выражений структура магнитного поля изменяется при изменении направления распространения $(\pm\beta)$ и знака μ_a, т.е. направления постоянного намагничивания. В этом проявляется невзаимность данной системы. Причем оба фактора взаимно заменяемы. Очевидно, что одновременное изменение знаков β и μ_a не изменит конфигурации магнитного поля.

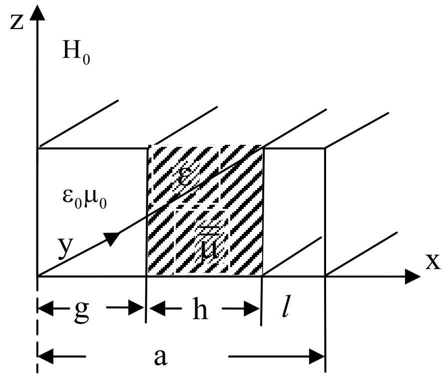
Зависимость структуры магнитного поля от направления распространения приводит, между прочим, к тому, что условия на плоской, перпендикулярной оси волновода границе двух сред, из которых хотя бы одна является гиротропной, не удовлетворяется, в отличие от случая изотропных сред, при наличии только падающей, отраженной и проходящей волны только одного типа. На такой границе при падении одной из волн TE_{no} будут возникать бесконечные ряды отраженных и проходящих волн TE_{no} с разным "n". В заключение изобразим графически структуру магнитных составляющих H_x и H_y TE_{no} волны для противоположных направлений распространения



Отметим также, что полностью в заполненном ферритом волноводе невозможно ввести понятие волнового сопротивления, по крайней мере, так как для изотропного случая $R = \dfrac{\mathrm{E}_z}{\mathrm{H}_x}$, поскольку это отношение не остается постоянным в поперечном сечении волновода. Полностью заполненный ферритом волноводе не нашел практического применения, так как в нем могут распространяться высшие типы волн, большие диссипативные потери, имеются трудности согласования. Поэтому рассмотрим волновод с поперечной – намагниченной пластиной, т.е. частичному заполнению поперечного сечения волновода ферритом. При частичном заполнении волновода гиротропной средой не только устраняются недостатки, свойственные полностью заполненному волноводу, но и возникают, как мы убедимся, новые невзаимные эффекты. Остановимся на наиболее простом случае волновода с поперечно – намагниченной пластиной параллельной его узкой стенке. Для тензора магнитной проницаемости пластины примем по – прежнему выражение

$$\overline{\overline{\mu}} = \begin{pmatrix} \mu & i\mu_a & 0 \\ -i\mu_a & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{11} \end{pmatrix},$$

а диэлектрическую проницаемость будем считать скаляром. Составляющие поля и другие величины, относящиеся к изотропной среде. будим писать с индексом «0», а величины для изотропной среды (будем называть ее для простоты ферритом) – без дополнительных индексов.



Ограничимся рассмотрением полей $c\dfrac{\partial}{\partial z}=0$

Комплексные амплитуды будем записывать в виде $\vec{\mathrm{E}}=\vec{\mathrm{E}}(x)e^{-i\beta y}, \vec{\mathrm{H}}=\vec{\mathrm{H}}(x)e^{-i\beta y}$.

Электрическое поле в феррите удовлетворяет уравнению

$$\frac{d^2\mathrm{E}_z}{dx^2}+\chi^2\mathrm{E}_z=0\text{, где }\chi^2=k^2\varepsilon\mu_\perp-\beta^2.$$

Электрическое поле в изотропной среде удовлетворяет уравнению

$$\frac{d^2\mathrm{E}_{oz}}{dx^2}+\chi_0^2\mathrm{E}_{0z}=0\text{, где }\chi_0^2=\chi_0^2-\beta^2.$$

Составляющие магнитного поля в феррите связаны с E_z соотношениями

$$H_x=\frac{1}{k\mu_\perp}\left(\beta\mathrm{E}_z-\frac{\mu_a}{\mu}\frac{d\mathrm{E}_z}{dx}\right);$$

$$H_y=\frac{1}{ik\mu_\perp}\left(\frac{d\mathrm{E}_z}{dx}\beta\frac{\mu_a}{\mu}\mathrm{E}_z\right),$$

а в изотропной среде здесь необходимо положить $\mu_{\text{а}}=0$. Тогда получим

$$\mathrm{H}_{o\chi}=\frac{A\beta}{k}\mathrm{E}_{oz};\quad \mathrm{H}_{oy}=\frac{A}{ik}\frac{d\mathrm{E}_{oz}}{dx}$$

граничные условия будут следующими:

$$E_{oz}=0\Big|_{\substack{x=0\\x=a}};\quad E_{oz}=\mathrm{E}_z\Big|_{\substack{x=g\\x=g+h}};\quad H_{oy}=H_y\Big|_{\substack{x=g\\x=g+h}}$$

Электрические поля, удовлетворяющие волновым уравнениям (уравнениям Гельмгольца), можно записать следующим образом (с учетом необходимости выполнения граничных условий)

$$\mathrm{E}_{oz} = A\sin\chi_0 x \qquad 0 < x < g;$$
$$\mathrm{E}_{z} = C\sin\chi\left(x-g\right) + D\cos\chi\left(x-g\right) \qquad g < x < g+h;$$
$$\mathrm{E}_{oz} = B\sin\chi_0\left(a-x\right) \qquad g+h < x < a$$

Применим условия непрерывности касательных составляющих поля на границах раздела сред

$$A\sin\chi_0 g = D$$
$$B\sin\chi_0 l = C\sin\chi h \quad + D\cos\chi h \quad ;$$
$$\frac{A}{ik}\chi_0\cos\chi_0 g = \frac{i}{ik\mu_\perp}\left[C\chi - \beta\frac{\mu_a}{\mu}D\right]$$
$$-\frac{B}{ik}\chi_0\cos\chi_0 l = \frac{i}{ik\mu_\perp}\left\{\left[C\chi\cos\chi h - \beta\frac{\mu_a}{\mu}D\chi\sin\chi h\right] - \right.$$
$$\left. --\beta\frac{\mu_a}{\mu}\left[C\cos\chi h + D\cos\chi h\right]\right\}$$

Сделаем замену в 3-ем уравнении $\mathrm{A} = \dfrac{D}{\sin\chi_0 g}$, а в 4-ом

$\mathrm{B} = \dfrac{1}{\sin\chi_0 l}\left(C\sin\chi h + D\cos\chi h\right)$,получим

$$D\chi_0 ctg\chi_0 g = C\frac{\chi}{\mu_\perp} - \frac{\beta\mu_a}{\mu\mu_\perp}D$$
$$-\chi_0 ctg\chi_0 l\left(C\sin\chi h + D\cos\chi h\right) = \frac{1}{\mu_\perp}\left\{C\left[\chi\cos\chi h - \frac{\beta\mu_a}{\mu\mu_\perp}\sin\chi h\right] - \right.$$
$$\left. -D\left[\chi\sin\chi h + \frac{\beta\mu_a}{\mu\mu_\perp}\cos\chi h\right]\right\}$$

Давайте приравняем определитель системы нулю

$$\begin{vmatrix} -\dfrac{\chi}{\mu}; & \dfrac{\beta\mu_a}{\mu\mu_\perp} + \chi_0 ctg\chi_0 g \\ \dfrac{\chi}{\mu}\cos\chi h - \dfrac{\beta\mu_a}{\mu\mu_\perp}\sin\chi h + \chi_0 ctg\chi_0 l\sin\chi h; & \chi_0 ctg\chi_0 l\cos\chi h - \dfrac{\chi}{\mu}\sin\chi h \end{vmatrix} = 0.$$

Раскроем определитель

$$\frac{\chi}{\mu_\perp}\cos\chi h\left[\frac{\beta\mu_a}{\mu\mu_\perp}-\chi_0 ctg\chi_0 l\right]+\left(\frac{\chi}{\mu_\perp}\right)^2\sin\chi h-\left(\frac{\beta\mu_a}{\mu\mu_\perp}+\chi_0 ctg\chi_0 g\right)\times$$
$$\times\left\{\sin\chi h\left[\chi_0 ctg\chi_0 l-\frac{\beta\mu_a}{\mu\mu_\perp}\right]+\frac{\chi}{\mu_\perp}\cos\chi h\right\}=0;$$

$$\frac{\chi}{\mu_\perp}\frac{\beta\mu_a}{\mu\mu_\perp}\cos\chi h-\frac{\chi\chi_0}{\mu_\perp}\cos\chi h ctg\chi_0 l+\left(\frac{\chi}{\mu_\perp}\right)^2\sin\chi h-$$
$$-\chi_0\frac{\beta\mu_a}{\mu\mu_\perp}\sin\chi h ctg\chi_0 l+\left(\frac{\beta\mu_a}{\mu\mu_\perp}\right)^2\sin\chi h-\frac{\beta\mu_a}{\mu\mu_\perp}\frac{\chi}{\mu_\perp}\cos\chi h-$$
$$-\chi_0^2 ctg\chi_0 g ctg\chi_0 l\sin\chi h+\chi_0\frac{\beta\mu_a}{\mu\mu_\perp}\sin\chi h ctg\chi_0 g-\frac{\chi\chi_0}{\mu_\perp}\cos\chi h ctg\chi_0 g,$$

$$\chi_0\frac{\beta\mu_a}{\mu\mu_\perp}\left(ctg\chi_0 g-ctg\chi_0 l\right)-\frac{\chi\chi_0}{\mu_\perp}ctg\chi h\left(ctg\chi_0 g+ctg\chi_0 l\right)-$$
$$-\chi_0^2 ctg\chi_0 g ctg\chi_0 l+\left(\frac{\chi}{\mu_\perp}\right)^2+\left(\frac{\beta\mu_a}{\mu\mu_\perp}\right)^2=0.$$

Обозначим $p=\dfrac{\chi}{\mu_\perp};\quad q=\dfrac{\beta\mu_a}{\mu\mu_\perp};\quad p_0=\chi_0$

$$pp_0 ctg\chi_0 h\left(ctg\chi_0 g+ctg\chi_0 l\right)-\left(p^2+q^2\right)+p_0^2 ctg\chi_0 g ctg\chi_0 l-$$
$$-p_0 q\left(ctg\chi_0 g-ctg\chi_0 l\right)=0;$$

или

$$pp_0 ctg\chi_0 h\left(tg\chi_0 g+tg\chi_0 l\right)-\left(p^2+q^2\right)tg\chi_0 g tg\chi_0 l+p_0^2-$$
$$-p_0 q\left(tg\chi_0 l-tg\chi_0 g\right)=0;$$

Из этого уравнения могут быть определены постоянные распространения β и величины χ и χ_0, характеризующие распределение поля в поперечном сечении. Это уравнение имеет бесконечное множество корней, составляющие различным типам полей в рассматриваемом волноводе. Эти типы полей можно обозначить TE_{no}, где $n-$ номер корня уравнения. При толщине пластины $h\to 0$ они приходят в обычные поля TE_{no} в волноводе с однородной изотропной средой. Те из полей, для которых окажется $\beta^2>0$ будут иметь характер распространяющихся волн, а остальные – ближних полей с экспоненциально убывающей амплитудой. Предельные длины волн, размеры или значения параметров, при которых происходит переход распространяющейся волны в ближнем поле, могут быть определены с помощью уравнения, которое получается из вышеприведенного при $\beta = 0$.

$$pp_0 ctg\chi_0 h\left(tg\chi_0 g + tg\chi_0 l\right) - p^2 tg\chi_0 g tg\chi_0 l + p_0^2 = 0,$$

где $\chi = k\sqrt{\varepsilon\mu_{\perp}}$, $\chi_0 = k$.

В это уравнение μ_a входит только в квадрате, т.е. предельные длины волн не зависят от направления подмагничивания.

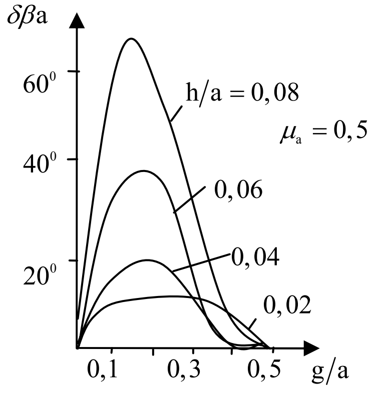
В общем же случае уравнение содержит последний член, в который μ_a и β входят в первой (степени). Следовательно, корни этого уравнения, т.е. постоянные распространения или затухания (для ближних полей), будут различными для разных направлений намагничивания и разных направлений распространения. При одновременном изменении обеих направлений корни уравнения не изменяются, так как μ_a и β входят в виде произведения и уравнение при этом не изменяется. Как видно из уравнения замена $g \leftrightarrow l$, т.е. перенос пластины к другой стенке волновода приводит к тому же изменению корней уравнением, что и изменение знака μ_a или β.

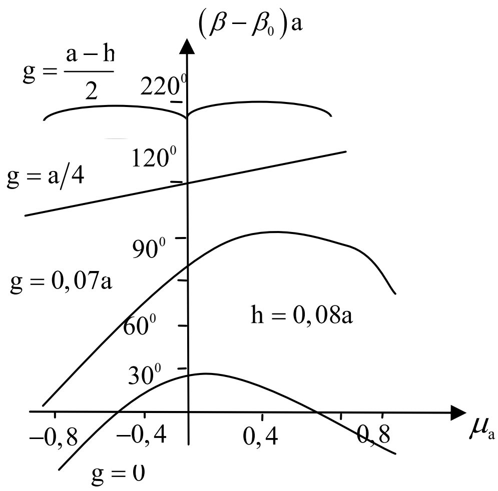
Последний (невзаимный) член уравнения обращается в ноль и, следовательно, величина постоянной распространения не зависит от знака μ_a или β при $g = l$, т.е. при симметричном расположении пластины в волноводе.

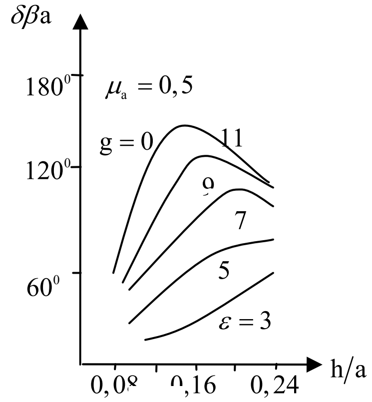
Зависимость $|\beta|$ от направления распространения, направления подмагничивания или положения пластины в волноводе представляет собой новый (принципиально новый) невзаимный эффект, который связан с граничными условиями и не имеет аналога в неограниченной поперечно намагниченной среде. Этот эффект находит очень широкое применение в технике сверхвысоких частот. Зависимость вещественной части постоянной распространения β вдали от ферромагнитного резонанса от направления распространения используется для создания невзаимных фазовращателей, а невзаимность <u>мнимой</u> части β'' в области резонанса для создания резонансных вентилей.

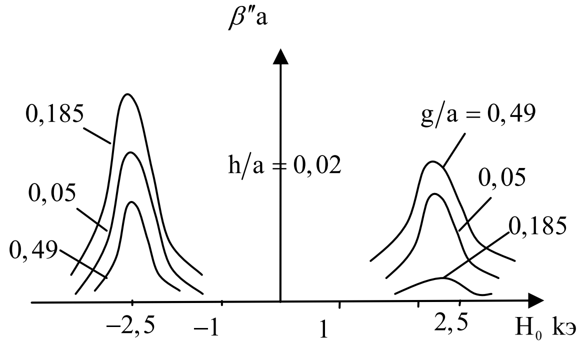
При произвольных значениях толщины пластины дисперсионное уравнение может быть решено лишь численными методами. Рассмотрим в качестве примера некоторые результаты таких расчетов, проведенных с помощью ЭВМ.

Вдали от области ферромагнитного резонанса, когда мнимые части μ'', μ''_a и ε'' малы по сравнению с вещественными (не превышает 0,1) можно решать уравнение на действительной оси корней. На рисунках приведены результаты таких расчетов.









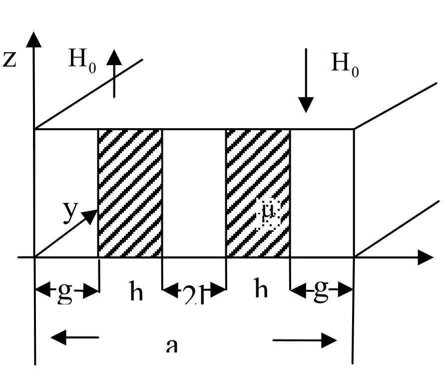
Как видно из них при малой толщине пластины h зависимость невзаиных фазовых сдвигов от положения пластины довольно близка к той, которая получается в первом приближении (зависимость синусоидальная). Однако при увеличении h максимум $\delta\beta$ быстро смещается к стенке волновода, а величина его резко возрастает. Это возрастание качественно можно объяснить концентрацией энергии в пластине (то есть эффектом диэлектрического волновода). Оно происходит тем резче, чем больше ε пластины. Из первого рисунка также видно, что большой толщине пластины заметный невзаимный фазовый сдвиг имеет место уже при $g=0$, т.е. когда пластина на стенке волновода. Как следует из второго рисунка характер зависимости приращения фазовой постоянной $\Delta\beta=\beta-\beta_0$ от μ_a определяются положением пластины в волноводе и связанной с этим концентрацией поля в пластине.

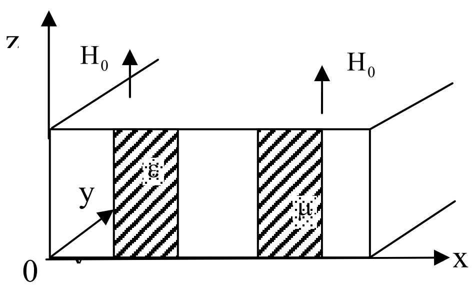
В области ферромагнитного резонанса, где величины μ'' и μ''_a одного порядка с μ' и μ'_a корни дисперсионного уравнения необходимо искать в комплексной плоскости. Из четвертого рисунка, где представлена зависимость β'' от H_o, видно, что резонанс в волноводе с пластиной происходит не при поле $\mathrm{H}_0=5490$э, при котором имеет место резонанс μ и μ_a, а при поле $\mathrm{H}_0=2340$э. Это поле соответствует киттелевскому резонансу касательно намагниченной пластины (толщина h в расчете была взята малой). Из этого рисунка также видно, что невзаимность потерь наиболее сильна при положении пластины с $\frac{h}{a}=0,02$). Из этого рисунка также видно, что невзаимность потерь наиболее сильна при положении пластины с $g=0,185a$, которое, как следует из первого рисунка является оптимальным для данного $\frac{h}{a}$ и с точки зрения $\delta\beta$.

ВОЛНОВОД С ДВУМЯ ПЛАСТИНАМИ

Уравнения для постоянной распространения, аналогичные полученному выше дисперсионному уравнению, могут быть получены, в принципе, для волн ТЕ с $\frac{\partial}{\partial z}=0$ в прямоугольном волноводе с любым числом поперечно-намагниченных гиротропных и изотропных пластин, параллельных узким стенкам волновода. Мы рассмотрим наиболее простой случай двух пластин одинаковой толщины, симметрично расположенных в волноводе и намагниченных в противоположных направлениях или одинаково. Еще до решения этих задач можно сделать качественные заключения о невзаимных эффектах, которые должны при этом наблюдаться. В первом приближении (параметр малости – толщина h) приращение β, обусловленное обеими пластинами аддитивны. Тогда из дисперсионного уравнения следует, что в случае противоположно намагниченных пластин $\delta\beta = \beta^{+} - \beta^{-}$ удваивается по сравнению с одной пластиной, а в случае одинакового намагничивания обращается в нуль. Для пластин произвольной толщины аддитивность, конечно, не имеет места, однако и здесь для встречного намагничивания можно ожидать увеличения $\delta\beta$ по сравнению с одной пластиной. В случае одинакового намагничения система обладает симметрией относительно плоскости, проходящей через ось волновода, и параллельно направлению намагничения, и невзаимность $\delta\beta$ должна полностью отсутствовать при любой толщине пластины.

Приступим теперь к выводу уравнений для постоянных распространения волн TE с $\frac{\partial}{\partial z} = 0$ в волноводе с двумя пластинами. Так же как и в случае одной пластины, следует записать выражения во всех областях и, наложив на них граничные условия, получить систему однородных уравнений для входящих в эти выражения коэффициенты. Равенство нулю определителя этой системы дает искомое уравнение. Граничные условия заключаются в равенстве нулю E_z на стенках волновода непрерывности E_z и H на всех границах раздела сред.





Будем обозначать индексами 1 и 2 величины для первой $(g<x<g+h)$ и второй $(g+h+2l<x<g+2h+2l)$ пластин, а индексом «0» как и раньше, – для изотропной среды. Решения волновых уравнений с учетом граничных условий при $x=0$ и $x=a$ можно записать, например, в следующем виде

$$\mathrm{E}_{oz}=A\sin\chi_0 x \qquad 0<x<g;$$

$$\mathrm{E}_{oz}=B\sin\chi_0\left(a-x\right) \qquad a-g<x<a$$

$$\mathrm{E}_{oz}=C\sin\chi_0\left(\frac{a}{2}-x\right)+D\cos\chi_0\left(\frac{a}{2}-x\right), \qquad g+h<x<g+h+2l;$$

Поле в пластинах:

первой

$$\mathrm{E}_{1z}=F\sin\chi\left(x-g\right)+G\cos\chi\left(x-g\right),$$

второй

$$\mathrm{E}_{2z}=K\sin\chi\left(a-g-x\right)+M\cos\chi\left(a-g-x\right).$$

Магнитное поле в первой пластине

$$\mathrm{H}_{1y}=\frac{i}{k_0\mu_\perp}\left(\beta\frac{\mu_a}{\mu}\mathrm{E}_{1z}-\frac{d\mathrm{E}_{1z}}{dx}\right),$$

где верхний знак соответствует случаю противоположно намагниченных пластин, нижний- одинаково намагниченных. Это единственное различие приведет, как мы увидим, к существенному различию результатов. Применение граничных условий на поверхностях пластин приводит к системе линейных однородных уравнений для восьми коэффициентов.

Для противоположно намагниченных пластин из полученной системы следует

$$CD=0$$

Таким образом, эта система оказывается совместной в двух случаях:

1) $C=0$, откуда следует $A=B, \quad F=K, \quad G=M$

2) $D=0$, откуда следует $A=-B, \quad F=-K, \quad G=-M$.

Из выражений для составляющих поля можно видеть, что первый случай соответствует полям TE_{no} с нечетным n .

В первом случае (h – нечетно) равенство нулю определителя системы для оставшихся независимыми коэффициентов дает уравнение

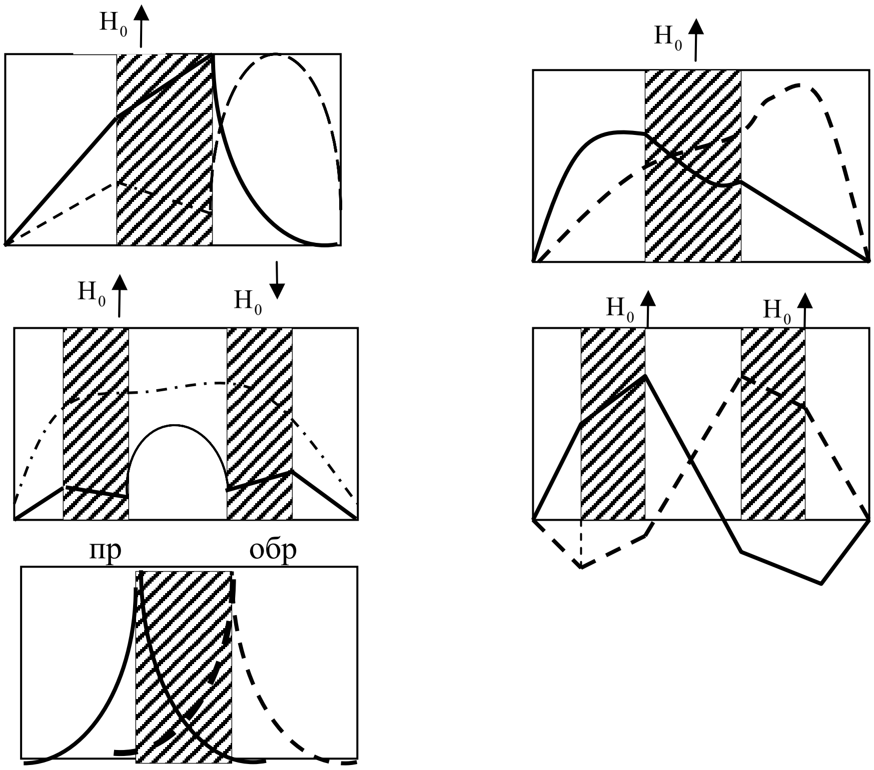
$$pp_0 ctg\chi h\left(tg\chi_0 g - ctg\chi_0 l\right) + \left(p^2 + q^2\right) tg\chi_0 g ctg\chi_0 l +$$
$$+ p_0^2 + q\left(tg\chi_0 g + ctg\chi_0 l\right) = 0.$$

Оно отличается от уравнения для одной пластины лишь заменой $tg\chi_0 l \to ctg\chi_0 l$. Так же как и ранее оно содержит невзаимный или, изменяющий знак при изменении направления распространения или направления намагничения пластин, что эквивалентно замене их местами.

Во втором случае (h – четное) равенство нулю определителя системы для независимых коэффициентов приводят к уравнению, полностью совпадающему со случаем одной пластины. В этом нет ничего удивительного так как структура поля в положении волновода с двумя пластинами для полей с четными «n» совпадает со структурой поля в волноводе с одной пластиной.

Рассмотренная задача о волноводе с двумя симметрично расположенными и противоположно намагниченными H_0 пластинами представляет интерес как модель так называемых дискретных фазовращателей, используемых в технике СВЧ в системах управления диаграммы направленности антенн. В таких фазовращателях используются образцы с замкнутой магнитной цепью в состоянии остаточного намагничивания. Перемагничивание их производится импульсами тока; при этом вследствие невзаимности постоянной распространения фазовый сдвиг изменяется на некоторую дискретную величину.

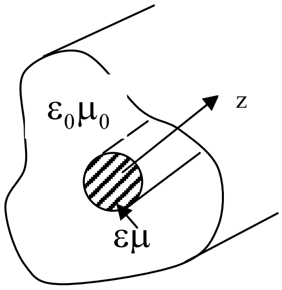
В случае одинаково намагниченных пластин все коэффициенты в системе 8 уравнений остаются независимыми и равенство нулю определителем системы для этих коэффициентов приводит к довольно громоздкому уравнению. Однако можно сказать, что величина β и μ_a в него входят только в квадрате, так что постоянная распространения взаимна; это и понятно учитывая симметрию системы.



Зная величины β, χ, χ_0, можно определить из соответствующей системы уравнений коэффициенты $A, B, C...$(конечно с точностью до постоянного множителя) т.е. найти структуру поля в волноводе. Не останавливаясь на этих вычислениях приведем лишь в качестве примера структуры электрического поля в рассматриваемых волноводах. Заметим, что структура поля является невзаимной даже в тех случаях, когда постоянная распространения взаимна. Невзаимность структуры поля используется для создания ферритовых вентилей на «смещении поля». В таком вентиле поглощающая пленка помещается в том месте волновода, где для одного из направлений распространения электрическое поле мало, а для другого – имеет значительную величину.

МЕТОД ВОЗМУЩЕНИЙ ДЛЯ ВОЛНОВОДОВ

Трудности, возникающие при решении граничных электродинамических задач, существенно возрастают при переходе к анизотропным средам. Это заставляет в случае таких сред обращать особо серьезное внимание на разработку приближенных методов решения граничных задач. Наиболее простым и универсальным является метод возмущений. Согласно этому методу исследуемая система рассматривается как результат малого изменения (возмущения) другой, более простой системы, для которой решение задачи известно. В нашем случае начальной (невозмущенной) системой будет система, не содержащая анизотропных сред, а возмущение будет представлять собой введение в нее образца из анизотропного вещества.



Реально метод возмущений применим к системам, где можно ввести параметр малости (возмущения). Критерием малости являются электрические критерии: в волноводах – малое изменение потока энергии при введении возмущения, в резонаторах – малое изменение запасенной энергии. Рассмотрим волновод произвольного сечения. Все величины в невозмущенном волноводе будем сопровождать индексом «о».

$$\vec{E}_0 \sim e^{i(\omega t-\beta_0 z)}$$

В возмущенной системе все величины без индексов:

$$\vec{E} \sim e^{i(\omega t-\beta z)}$$

Пусть S_0 – площадь поперечного сечения волновода,

L_0 – длина контура волновода,

S_1 – площадь поперечного сечения ферритового элемента

Запишем уравнения Максвелла для невозмущенного волновода в комплексно сопряженной форме

$$rot\vec{E}_0^{\,*} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{B}_0^{\,*}}{\partial t} \quad \to rot\vec{E}_0^{\,*} = ik_0\mu_0\vec{H}_0^{\,*}$$

$$rot\vec{H}_0^{\,*} = \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{D}_0^{\,*}}{\partial t} \quad \to \quad rot\vec{H}_0^{\,*} = -ik_0\varepsilon_0\vec{E}_0^{\,*}$$

Распишем:

$$rot\vec{E} = \vec{i}\left(\frac{\partial \mathrm{E}_z}{\partial y} - \frac{\partial \mathrm{E}_y}{\partial z}\right) + \vec{j}\left(\frac{\partial \mathrm{E}_x}{\partial z} - \frac{\partial \mathrm{E}_z}{\partial x}\right) + \vec{k}\left(\frac{\partial \mathrm{E}_y}{\partial x} - \frac{\partial \mathrm{E}_x}{\partial y}\right) =$$

$$= \vec{i}\,\frac{\partial \mathrm{E}_z}{\partial y} - \vec{j}\,\frac{\partial \mathrm{E}_z}{\partial x} + \vec{k}\,\frac{\partial \mathrm{E}_y}{\partial x} - \vec{k}\,\frac{\partial \mathrm{E}_x}{\partial y} - \vec{i}\,\frac{\partial \mathrm{E}_y}{\partial z} + \vec{j}\,\frac{\partial \mathrm{E}_x}{\partial y}.$$

Заметим, что

$$\left[\vec{z}_0, \vec{E}\right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 1 \\ \mathrm{E}_x & \mathrm{E}_y & \mathrm{E}_z \end{vmatrix} = -\vec{i}\,\mathrm{E}_y + \vec{j}\mathrm{E}_x, \quad \frac{\partial}{\partial z} \sim -i\beta_0.$$

Таким образом:

$$-\vec{i}\,\frac{\partial \mathrm{E}_y}{\partial z} + \vec{j}\,\frac{\partial \mathrm{E}_x}{\partial z} = -i\beta_0\left[\vec{z}_0\vec{E}\right]; \quad -\vec{i}\,\frac{\partial \mathrm{E}_z}{\partial y} - \vec{j}\,\frac{\partial \mathrm{E}_z}{\partial x} + \vec{k}\,\frac{\partial \mathrm{E}_y}{\partial x} = rot_\perp \mathrm{E},$$

Тогда

$$1) \quad rot_\perp \vec{\mathrm{E}}_0^* + i\beta_0\left[\vec{z}_0\vec{E}_0^*\right] = ik\mu_0\vec{\mathrm{H}}_0^*;$$

$$2) \quad rot_\perp \vec{H}_0^* + i\beta_0\left[\vec{z}_0\vec{\mathrm{H}}_0^*\right] = -ik\varepsilon_0\vec{E}_0^*.$$

Запишем те же уравнения Максвелла для случая возмущенного ферритом волновода и без комплексного сопряжения

$$3) \quad rot_\perp \vec{\mathrm{E}} - i\beta_0\left[\vec{z}_0\vec{E}\right] = ik_0\overline{\overline{\mu}}\vec{\mathrm{H}};$$

$$4) \quad rot_\perp \vec{H} - i\beta_0\left[\vec{z}_0\mathrm{H}\right] = -ik_0\varepsilon\vec{E}.$$

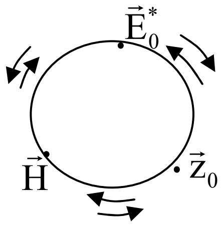
Сделаем следующее преобразование:

$$\vec{\mathrm{H}} \times (1) - \vec{\mathrm{E}}_0^* \times (4) =$$

$$= \vec{\mathrm{H}} rot_\perp \vec{\mathrm{E}}_0^* + i\beta_0\vec{\mathrm{H}}\left[\vec{z}_0\vec{E}_0^*\right] - \vec{\mathrm{E}}_0^* rot_\perp \vec{H} + i\beta\vec{E}_0^*\left[\vec{z}_0\vec{\mathrm{H}}\right] = ik_0\mu_0\vec{H}\vec{\mathrm{H}}_0^* - ik_0\varepsilon\vec{\mathrm{E}}\vec{\mathrm{E}}_0^*$$

Заметим что $\vec{\mathrm{E}}_0^*\left[\vec{z}_0\vec{H}\right] = -\vec{H}\left[\vec{z}_0\vec{\mathrm{E}}_0^*\right]$ по правилам циклической перестановки векторов

Поэтому:



$$\vec{H}\, rot_\perp \vec{E}_0^* - \vec{E}_0^*\, rot_\perp \vec{H} - i\left(\beta - \beta_0\right)\vec{H}\left[\vec{z}_0 \vec{E}_0^*\right] = ik_0\left(\mu_0 \vec{H}\vec{H}_0^* - \varepsilon \vec{E}\vec{E}_0^*\right)$$

Возьмем интеграл по S_0 (теорема Стокса)

$$\int\limits_{S_0} div_\perp\left[\vec{E}_0^*\vec{H}\right] ds_0 = \int\limits_{L}\left[\vec{E}_0^*\vec{H}\right]\vec{n}\, dL = 0$$

т.к. $\left[\vec{E}_0^*\vec{H}\right]\vec{n}$ – поток мощности внутрь стенок волновода, который равен нулю.

При этом учтено, что

$$\vec{H}\, rot_\perp \vec{E}_0^* - \vec{E}_0^*\, rot_\perp \vec{H} = div_\perp\left[\vec{E}_0^*\vec{H}\right]$$

Тогда остается

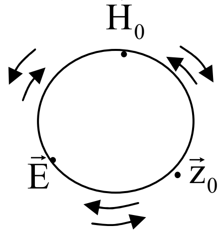
5) $$\left(\beta - \beta_0\right)\int\limits_{S_0}\vec{H}\left[\vec{z}_0\vec{E}_0^*\right] ds_0 = -k_0\int\limits_{S_0}\left(\mu_0 \vec{H}\vec{H}_0^* - \varepsilon \vec{E}\vec{E}_0^*\right) ds_0$$

Аналогично из условия

$\vec{E}\left(2\right) - \vec{H}_0^*\left(3\right)$ – можно получить

$$i\beta_0\vec{E}\left[\vec{z}_0\vec{H}_0^*\right] + i\beta\vec{H}_0^*\left[\vec{z}_0\vec{H}_0^*\vec{E}\right] = ik_0\left(-\varepsilon\vec{E}_0^*\vec{E} + \overline{\overline{\mu}}\vec{H}_0^*\vec{H}\right)$$

Учтем, что



$$\vec{H}_0^*\left[\vec{z}_0\vec{E}\right] = -\vec{E}\left[\vec{z}_0\vec{H}_0^*\right]$$

6) $\int\limits_{S_0} (\beta - \beta_0) \vec{E} \left[\vec{z}_0 \vec{H}_0^* \right] ds_0 = k_0 \int\limits_{S_0} \left(\bar{\bar{\mu}} \vec{H} \vec{H}_0^* - \varepsilon_0 \vec{E} \vec{E}_0^* \right) ds_0$

Сложим уравнения (5) и (6)

$$(\beta - \beta_0) \int\limits_{S_0} \left\{ \vec{H} \left[\vec{z}_0 \vec{E}_0^* \right] + \vec{E} \left[\vec{z}_0 \vec{H}_0^* \right] \right\} ds_0 = k \int\limits_{S_1} \left[\left(\bar{\bar{\mu}} - \mu_0 \right) \vec{H} \vec{H}_0^* + (\varepsilon - \varepsilon_0) \vec{E} \vec{E}_0^* \right] ds_0$$

Интегрирование справа по S_1, т.к. в области $S_0 - S_1$ $\bar{\bar{\mu}} = \mu_0$; $\varepsilon = \varepsilon_0$ и подынтегральное выражение $\equiv 0$.

Таким образом

$$\beta = \beta_0 + k_0 \int\limits_{S_1} \left\{ \left(\bar{\bar{\mu}} - \mu_0 \right) \vec{H} \vec{H}_0^* + (\varepsilon - \varepsilon_0) \vec{E} \vec{E}_0^* \right\} ds_1 \frac{}{\int\limits_{S_0} \left\{ \vec{H} \left[\vec{z}_0 \vec{E}_0^* \right] + \vec{E} \left[\vec{z}_0 \vec{H}_0^* \right] \right\} ds_0} .$$

По этому уравнению можно найти β возмущенного волновода через параметры невозмущенного волновода, если каким – то образом удается представить поля возмущенного волновода. Заметим, что при выводе этих формул никаких приближений и упрощений не делалось, поэтому они являются совершенно строгими. Однако входящее в них возмущенные поля $\vec{E}$ и $\vec{H}$ неизвестны, и при практическом использовании формул возмущений приходится подставлять вместо них некоторые другие поля. Это делает результаты расчета по формулам возмущений приближенными.

Если $S_0 \gg S_1$ и возмущение мало, то в знаменателе при интегрировании $\vec{E}$ и $\vec{H}$ можно заменить на $\vec{E}_0$ и $\vec{H}_0$, т.к. отличие возмущенного и невозмущенного полей будет только в малой части сечения волновода и интеграл от этого мало меняется. При интегрировании числителя аналогичным образом поступить нельзя, так как интегрирование ведется по S_1 и надо знать в S_1 возмущенные поля.

КВАЗИСТАТИЧЕСКАЯ АППРОКСИМАЦИЯ ВОЗМУЩЕННОГО ПОЛЯ

Наиболее простым и универсальным методом аппроксимации возмущенного поля в числителях формул возмущений (внутри феррита) является квазистатический метод. Он заключается в том, что связь между возмущенными полями $\vec{E}, \vec{H}$ в ферритовом образце и невозмущенными полями $\vec{E}_0$, $\vec{H}_0$ принимается такой же, как связь между статическими полями в образце той же формулы с теми же ε и $\bar{\bar{\mu}}$, и внешними однородными статическими полями. Эта задача, как мы уже рассматривали при выводе формул Кителя, может быть решена строго, если образец является эллипсоидом, бесконечной плоскопараллельной пластиной или бесконечным эллиптическим цилиндром; для таких образцов в случае магнитостатической задачи внутреннее поле $\vec{H}$ и намагниченность $\vec{M}$ однородны. Заметим, что внешняя среда при этом предполагаются немагнитной.

Положим, как и прежде

$$\vec{H}_i = \vec{H}_e - \bar{\bar{N}}\vec{M}$$

$\vec{H}_i$ – внутреннее поле, $\vec{H}_e$ – внешнее поле

Для высокочастотных полей аналогично

7) $\vec{h}_i = \vec{h}_e - \bar{\bar{N}}\vec{m}$

Но при этом размеры образца $\ll \lambda$ (кроме того, что это эллипсоид)

Воспользуемся связью

$$h_i + 4\pi\vec{m} = \vec{b} = \frac{\bar{\bar{\mu}}}{\mu_0}\vec{h}_i$$

Отсюда

$$\vec{m} = \frac{\vec{h}_i\left(\bar{\bar{\mu}} - \mu_0\right)}{4\pi\mu_0}$$

Подставим в уравнение 7)

$$\vec{h}_i = \vec{h}_e - \overline{\overline{N}}\,\frac{\overline{\overline{\mu}} - \mu_0}{4\pi\mu_0}\,\vec{h}_i$$

$$\vec{h}_i = \vec{h}_e \left[1 + \overline{\overline{N}}\,\frac{\overline{\overline{\mu}} - \mu_0}{4\pi\mu_0} \right]^{-1}$$

Перепишем иначе

$$\vec{h}_i = \vec{h}_e \left[\overline{\overline{I}} + \frac{1}{4\pi}\,\overline{\overline{N}}\,\frac{\overline{\overline{\mu}} - \overline{\overline{I}}\mu_0}{\mu_0} \right]^{-1}.$$

Обычно обозначают

$$\Delta\overline{\overline{\mu}} = \begin{vmatrix} \mu - \mu_0 & i\mu_a & 0 \\ -i\mu_a & \mu - \mu_0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{11} - \mu_0 \end{vmatrix},$$

$$\vec{h}_i = \overline{\overline{S}}\vec{h}_e,$$

где

$$\overline{\overline{S}} = \left[\overline{\overline{I}} + \frac{1}{4\pi}\,\overline{\overline{N}}\,\frac{\overline{\overline{\mu}} - \overline{\overline{I}}\mu_0}{\mu_0} \right]^{-1}$$

$$\overline{\overline{S}} = \begin{vmatrix} \frac{1}{\xi}\left(1 + \frac{N_y}{4\pi}\frac{\Delta\mu}{\mu_0}\right) & -\frac{i}{\xi}\frac{N_x}{4\pi}\frac{\mu_n}{\mu_0} & 0 \\ \frac{i}{\xi}\frac{N_y}{4\pi}\frac{\mu_n}{\mu_0} & \frac{1}{\xi}\left(1 + \frac{N_x}{4\pi}\frac{\Delta\mu}{\mu_0}\right) & 0 \\ 0 & 0 & \left(1 + \frac{N_z}{4\pi}\frac{\Delta\mu_n}{\mu_0}\right)^{-1} \end{vmatrix},$$

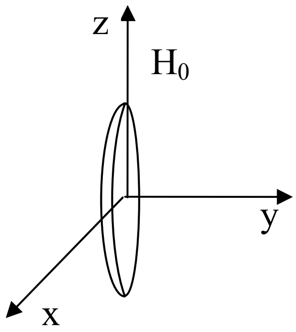
где $$\xi = \left(1 + \frac{N_x\Delta\mu}{4\pi\mu_0}\right)\left(1 + \frac{N_y\Delta\mu}{4\pi\mu_0}\right) - \frac{N_x N_y \mu_n^2}{16\pi\mu_0^2}.$$

Эта формула позволяет найти внутреннее поле в феррите $\vec{H}$ через внешнее поле $\vec{H}_0$. Это возможно только тогда, когда образец имеет форму эллипсоида (или его предельных случаев) и когда размеры образца $\ll \lambda$.

Имеется численный критерий, позволяющий считать образец малым и к нему применимы формулы возмущений

$$k\sqrt{\varepsilon|\mu|}d<\frac{\pi}{6};\quad \frac{d}{\lambda}<\frac{1}{12\sqrt{\varepsilon|\mu|}}.$$

Итак рассмотрим некоторые частные случаи



1) Касательно – намагниченная пластина

$$\bar{\bar{S}}=\left[\bar{\bar{I}}-\frac{1}{4\pi\mu_0}\bar{\bar{N}}\left(\bar{\bar{\mu}}-\mu_0\right)\right]^{-1};$$

$$N_x=0;\quad N_y=4\pi;\quad N_z=0;$$

$$H_x=H_{0x};\quad H_y=i\frac{\mu_n}{\mu}H_{0x}+\frac{\mu_0}{\mu}H_{0y};\quad H_z=H_{0z}.$$

Для нормально – намагниченной пластины

$$N_x=N_y=0;\quad N_z=4\pi;$$

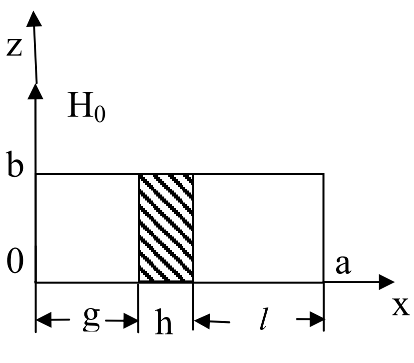
$$H_x=H_{0x};\quad H_y=H_{0y};\quad H_z=\frac{\mu_0}{\mu_{\parallel}}H_{0z}.$$

Распишем подынтегральные выражения в формуле для β

$$\left(\bar{\bar{\mu}}-\mu_0\right)\vec{\mathrm{H}}_0^*=\vec{i}\left[\left(\bar{\bar{\mu}}-\mu_0\right)\vec{\mathrm{H}}_{0x}^*+i\mu_a\vec{\mathrm{H}}_{0y}^*\right]+\vec{j}\left[i\mu_a\vec{\mathrm{H}}_{0x}^*+\left(\bar{\bar{\mu}}-\mu_0\right)\vec{\mathrm{H}}_{0y}^*\right]+$$
$$+\vec{k}\left(\mu_a-\mu_0\right)\vec{\mathrm{H}}_{0z}^*;$$

$$\left(\bar{\bar{\mu}}-\mu_0\right)\vec{\mathrm{H}}_0^*\vec{\mathrm{H}}=\left(\mu_a-\mu_0\right)\vec{\mathrm{H}}_{0x}^*\vec{\mathrm{H}}_x+i\mu_a\vec{\mathrm{H}}_{0y}^*\vec{\mathrm{H}}_x+i\mu_a\vec{\mathrm{H}}_{0x}^*\vec{\mathrm{H}}_y+$$
$$+\left(\mu_a-\mu_0\right)\vec{\mathrm{H}}_{0y}^*\vec{\mathrm{H}}_y+\left(\mu_a-\mu_0\right)\vec{\mathrm{H}}_{0z}^*\vec{\mathrm{H}}_z.$$

ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ВОЛНОВОД С ТОНКОЙ ФЕРРИТОВОЙ ПЛАСТИНОЙ



Волна H_{10}:

$$E_{0z} = \sin\frac{\pi}{a} x e^{-i\beta_0 y};$$

$$H_{0z} = \frac{\beta_0}{k}\sin\frac{\pi}{a} x e^{-i\beta_0 y};$$

$$H_{0y} = -i\frac{\pi}{a}\frac{1}{k}\cos\frac{\pi}{a} x e^{-i\beta_0 y}.$$

Поле внутри пластины:

$$H_x = H_{0x} = \frac{\beta_0}{k}\sin\frac{\pi}{a} x e^{-i\beta_0 y}; \quad H_z = H_{0z} = 0;$$

$$H_y = \left(i\frac{\mu_a}{\mu}\frac{\beta_0}{k}\sin\frac{\pi}{a} x - \frac{\mu_0}{\mu} i\frac{\pi}{a}\frac{1}{k}\cos\frac{\pi}{a} x \right) e^{-i\beta_0 y}$$

Теперь эти поля надо подставить в выражение для β.

Вычислим

$$\left(\overline{\overline{\mu}} - \mu_0\right)\vec{H}_0^*\vec{H} = \left(\mu - \mu_0\right)\left|\vec{H}_{0x}\right|^2 + i\mu_a \vec{H}_{0y}\vec{H}_{0x} + i\mu_a\left[i\frac{\mu_a}{\mu}\vec{H}_{0x}^2 + \frac{\mu_0}{\mu}\vec{H}_{0y}\vec{H}_{0x}\right] +$$

$$+\left(\mu - \mu_0\right)\left(i\frac{\mu_a}{\mu}\vec{H}_{0x}\vec{H}_{0y} + \frac{\mu_0}{\mu}\left|\vec{H}_{0y}\right|^2\right) = \left(\mu - \mu_0\right)\left|\vec{H}_{0x}\right|^2 + i\mu_a \vec{H}_{0x}\vec{H}_{0y} - \frac{\mu_a^2}{\mu}\vec{H}_{0x}^2 +$$

$$+i\frac{\mu_a\mu_0}{\mu}\vec{H}_{0x}\vec{H}_{0y} + i\mu_a\vec{H}_{0x}\vec{H}_{0y} + \mu_0\left|\vec{H}_{0y}\right|^2 - i\frac{\mu_a\mu_0}{\mu}\vec{H}_{0x}\vec{H}_{0y} - \frac{\mu_0^2}{\mu}\left|\vec{H}_{0y}\right|^2 =$$

$$= \mu_\perp\left|\vec{H}_{0x}\right|^2 + 2i\mu_a\vec{H}_{0x}\vec{H}_{0y} + \mu_0\left(1 - \frac{\mu_0}{\mu}\right)\left|\vec{H}_{0y}\right|^2 - \mu_0\left|\vec{H}_{0x}\right|^2.$$

Таким образом, имеем следующие интегралы

1. $$\int_g^{g+h}\left|H_{0x}\right|^2 dx = \int_g^{g+h}\frac{\beta^2}{k_0^2}\sin^2\frac{\pi}{a} x dx = \frac{\beta^2}{2k_0^2}\int_g^{g+h}\left(1 - \cos\frac{2\pi}{a} x\right) =$$

$$= \frac{\beta^2}{2k_0^2}\left[h - \frac{a}{2\pi}\left(\sin\frac{2\pi}{a}\left(g + h\right) - \sin\frac{2\pi}{a} g\right)\right]$$

2. $$\int\limits_g^{g+h} H_{0x}H_{0y}dx = -i\int\limits_g^{g+h}\frac{\beta}{k^2}\frac{\pi}{a}\sin\frac{\pi}{a}x\cos\frac{\pi}{a}xdx = -\frac{i\pi}{a}\frac{\beta}{2k^2}\int\limits_g^{g+h}\sin\frac{2\pi}{a}xdx =$$
$$= \frac{i\pi}{a}\frac{\beta^2}{2k^2}\frac{a}{2\pi}\left(\cos\frac{2\pi}{a}(g+h) - \cos\frac{\pi}{a}g\right)$$

3. $$\int\limits_g^{g+h}\left|H_{0y}\right|^2 dx = \int\limits_g^{g+h}\frac{\beta^2}{k_0^2}\left(\frac{\pi}{a}\frac{1}{k}\right)^2\cos^2\frac{\pi}{a}xdx = \left(\frac{\pi}{a}\frac{1}{k}\right)^2\int\limits_g^{g+h}\left(1+\cos\frac{2\pi}{a}x\right) =$$
$$= \left(\frac{\pi}{a}\frac{1}{k}\right)^2\left[h + \frac{a}{2\pi}\left(\sin\frac{2\pi}{a}(g+h) - \sin\frac{2\pi}{a}g\right)\right].$$

4. $$\int\limits_g^{g+h}(\varepsilon-\varepsilon_0)\left|E_{0z}\right|^2 dx = (\varepsilon-\varepsilon_0)\int\limits_g^{g+h} s\,\mathrm{in}^2\frac{\pi}{a}xdx =$$
$$= (\varepsilon-\varepsilon_0)\frac{1}{2}\left[h - \frac{a}{2\pi}\left(\sin\frac{2\pi}{a}(g+h) - \sin\frac{2\pi}{a}g\right)\right]$$

5. $$\int\limits_{S_0}\vec{z}_0\left\{\left[\mathrm{E}_0^*\vec{H}\right] + \left[\vec{H}_0^*E\right]\right\}ds = 2\int\limits_{S_0}\left[\vec{\mathrm{E}}_0\vec{H}_0^*\right]ds_0$$

Если взять все интегралы и подставить в формулу возмущений, получим

$$\beta - \beta_0 = \frac{h}{a}\frac{1}{\beta_0}\left[\left(\frac{\pi}{a}\right)^2\left(\frac{\mu_\perp}{\mu_0} - 1\right)\cos^2\frac{\pi}{a}g + k^2\varepsilon_0\mu_0\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0 - 1}\right)\sin^2\frac{\pi}{a}g + \right.$$
$$\left. + \beta_0^2\left(1 - \frac{\mu_0}{\mu}\right)\sin^2\frac{\pi}{a}g - \frac{\pi}{a}\frac{\beta_0\mu_a}{\mu}\sin^2 2\frac{\pi}{a}g\right].$$

Из этой формулы можно сделать следующие выводы:

1) зависимость приращения $\Delta\beta$ линейно по $\frac{h}{a}$;

2) на стенках (при $g = 0$) работает $\mu_\perp$, а невзаимность исчезает;

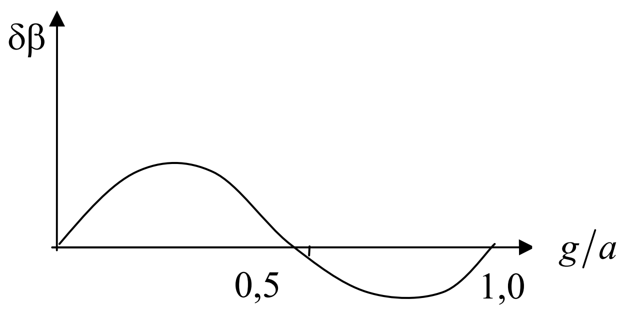
3) в центре волновода работают $\varepsilon\mu$;

4) в центре $g = \frac{a}{2}$ и на стенках $g = 0$ невзаимность исчезает.

5) Невзаимный фазовый сдвиг

$$\delta\beta = \beta^{+} - \beta^{-} = 2\frac{\pi h}{a^2}\frac{\mu_a}{\mu}\sin\frac{2\pi}{a}$$

Максимум невзаимности имеет место при $g = \frac{a}{4}, \frac{3a}{4}$, т.к. в этих точках волна имеет круговую поляризацию.



По мере роста толщины пластины оптимальное место расположения, соответствующее наибольшей разности фаз между прямой и обратной волной, смещается к боковой стенке.

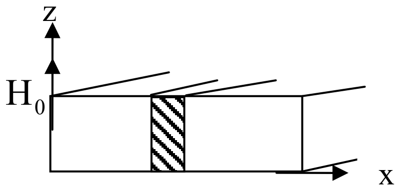
ЯВЛЕНИЕ НЕВЗАИМНОГО ПОГЛОЩЕНИЯ ПРИ ФЕРРОМАГНИТНОМ РЕЗОНАНСЕ (РЕЗОНАНСНЫЙ ВЕНТИЛЬ)

Явление ферромагнитного резонанса в волноводе позволяет реализовать волноводный вентиль, т.е. устройство, поглощающее волны только одного направления. Такой вентиль называется резонансным и представляет собой участок волновода с ферритовым образцом, который находится под воздействием поля постоянного магнита.

Резонансные вентили благодаря простоте конструкции находят широкое применение в технике СВЧ. Основным параметром, характеризующим их свойства, является вентильное отношение, представляющее собой отношение потерь обратной волны к потерям прямой волны.

$$N = \frac{P_{обр}}{P_{пр.}}; \qquad P_{\substack{пр.\\обр}} = 10\lg\frac{P_{пад}}{P_{\substack{пр.\\обр}}}.$$

Величину N нужно иметь как можно больше. Рассмотрим прямоугольный волновод с ферритовой пластиной в плоскости E.



Чтобы определить потери прямой и области волны в такой системе надо

решить уравнение для постоянной распространения с учетом потерь

Потери в феррите будем учитывать, вводя мнимые составляющие проницаемостей

$$\mu = \mu' - i\mu''; \quad \mu_\perp = \mu'_\perp - i\mu''_\perp; \quad \mu_a = \mu'_a - i\mu''_a; \quad \varepsilon = \varepsilon' - i\varepsilon''$$

Затухание волны будет определяться мнимой частью постоянной распространения $\beta = \beta' + i\beta''$. Подставляя в полученную формулу возмущений комплексные значения проницаемостей и разделяя и мнимые и действительные части постоянной распространения, получим

$$\beta''_{\substack{пр.\\обр.}} = \frac{h}{a}\frac{1}{\beta_0}\left[\left(\frac{\pi}{a}\right)^2 \frac{\mu''_\perp}{\mu_0}\cos^2\frac{\pi}{a}g + k_0^2\mu_0\varepsilon''\sin^2\frac{\pi}{a}g + \right.$$

$$\left. +\beta_0^2\frac{\mu''\mu_0}{\mu'^2+\mu''^2}\sin^2\frac{\pi}{a}g \mp \frac{\pi}{a}\beta_0\frac{\mu''_a}{\mu''}\sin^2\frac{\pi}{a}g\right],$$

где знак (–) в последнем члене соответствует прямой волне, а (+) – обратной волне.

Если пластина расположена около боковой стенки, то $g = 0$ и

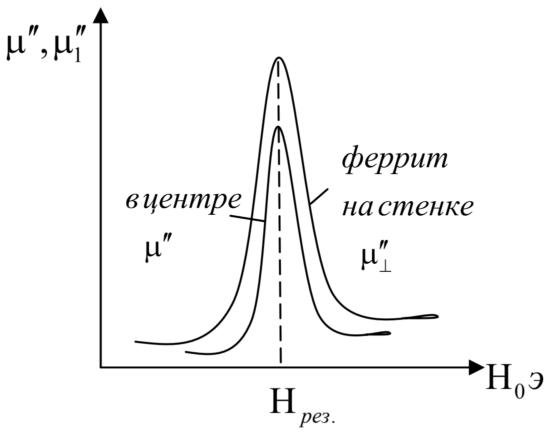
$$\beta''_{пр} = \beta''_{обр} = \beta'' = \frac{h}{a}\left(\frac{\pi}{a}\right)^2 \frac{1}{\beta_0}\frac{\mu''_\perp}{\mu_0}$$

Таким образом, β'' пропорционально в этом случае $\mu''_\perp$ и испытывает резонанс, т.к. изменение $\mu''_\perp$ с частотой и магнитным полем носит резонансный характер. При резонансном поле β'' достигает максимального значения, а кривая $\beta''(H)$ аналогична зависимости $\mu''_\perp(H)$.

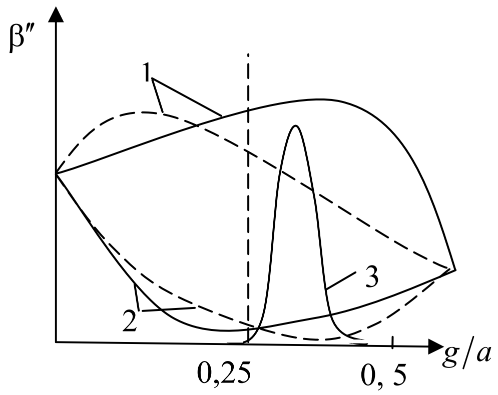
При расположении ферритовой пластины посредине волновода

$$\beta''_{\substack{пр.\\обр.}} = \frac{h}{a}\frac{1}{\beta_0}\left[k_0^2\mu_0\varepsilon'' + \beta_0^2\frac{\mu''\mu_0}{\mu'^2+\mu''^2}\right].$$

Затухание прямой и обратной волны одинаковы. При этом второе слагаемое испытывает резонанс.



При $g = \dfrac{a}{2}$ и форма резонанса и частота резонанса совпадают. Рассмотрим интересный случай, когда ферритовая пластина расположена в каком – либо промежуточном сечении. Как следует из формулы постоянные затухания волн, движущимся навстречу друг другу, будут разными. Это позволяет реализовать волноводный вентиль, т.е. линейную систему, пропускающую волны в одном направлении и поглощающие в другом. В этом случае максимальные поглощения как прямой волны, так и обратной будет при поле, соответствующем поперечному ферромагнитному резонансу. При смещении феррита от стенки, т.е. при увеличении g максимум поглощения прямой волны уменьшается, обратной – увеличивается, т.к. начинают все большую роль играть член, содержащий μ_a'', который достигает максимума при $g \leq 0,25a$ и затем снова уменьшается. На рисунке 1 – прямая волна, 2 – обратная волна, 3 – вентильное отношение. При $g > 0,25a$ прямая и обратные волны меняются местами.



Таким образом наибольшее различие в затухании прямой и обратной волны имеет место при $g \approx 0,25a$.

ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ РЕЗОНАНСНЫХ ВЕНТЕЛЕЙ

Основными параметрами вентиля являются потери прямой и обратной волны, рабочая полоса частот; кроме этих параметров важное значение имеют температурные характеристики вентиля, предельно допустимая мощность обратной волны, а также габариты и вес магнитной системы.

В зависимости от требований, предъявляемых к вентилю, конструкция его может быть разной : ферритовая пластина располагается в Е – плоскости (Е – плоскостной вентиль) или в Н – плоскости (Н – плоскостной).

Наибольшая величина поля требуется в вентилях с тонкой ферритовой пластиной в плоскости Н.

Резонансные поля для вентилей $\mathrm{E}-$ и H типа различаются тем сильнее, чем больше намагниченность насыщения. Так, например, для $\lambda = 3\,\text{см}$ и феррита с намагниченностью $4\pi H_S = 3000\,гс$ величина поля для $\mathrm{E}-$ вентиля $\mathrm{H}_0 = 2350\,\text{э}$ для $H-$вентиля $\mathrm{H}_0 = 6570\,\text{э}$.

Поэтому Н – вентили используют там, где целесообразно использовать ферриты с низкой намагниченностью насыщения, что необходимо для волн с $\lambda > 10\,см$.

ПРИМЕНЕНИЕ ДИЭЛЕКТРИКА

Если рядом с ферритовой пластиной расположить диэлектрическую пластину, то это приводит к концентрации электрического поля в феррите и улучшению параметров резонансного вентиля. Расчеты показывают, что потери обратной волны возрастают с ростом ε диэлектрика. При этом оптимальное место расположения феррита смещается к центру волновода. Наиболее удачное значение $\varepsilon \approx (9-12)$ при толщине диэлектрика $d_g = (0{,}05-0{,}1)a$, а обратные потери при этом увеличиваются в 15 – 20 раз.

Вторая не менее важная положительная роль диэлектрической пластины связана с улучшением частотной характеристики вентильного отношения. Для случая чистых ферритовых пластин при отходе от центральной частоты нарушается оптимальная конфигурация поля в феррите и ухудшается вентильное отношение за счет уменьшения потерь обратной волны и увеличения – прямой. В присутствии диэлектрика конфигурация поля в месте расположения феррита оказывается более стабильной при изменении частоты.

Введение диэлектрика можно расширить диапазон вентиля в 2раза и достичь 40-50%.

ПЕРЕСТРОЙКА ЧАСТОТЫ РЕЗОНАТОРА ФЕРРИТОМ

В технике СВЧ наряду с волноводными ферритовыми устройствами применяются полые резонаторы, содержащие намагниченные ферритовые образцы.

Из теории полых систем с изотропными средами известно, что зная поле и постоянную распространения в регулярном волноводе легко получить собственные функции и собственные частоты так называемого волноводного резонатора. Волноводный резонатор – участок волновода, ограниченный двумя металлическими пластинами (неоднородностями), перпендикулярными оси волновода. Собственные функции такого волновода – стоячие волны, которые образуются в результате суперпозиции двух волн одинакового типа, распространяющихся в волноводе в противоположных направлениях. Собственные частоты резонатора ω_n определяются из условия

$$\beta(\omega_n) = \frac{n\pi}{l}$$

l – длина резонатора

n – число полуволн

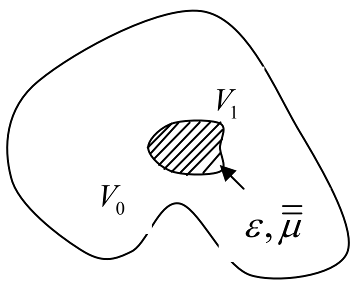
$\beta(\omega_n)$ – постоянная распространения, которая является известной функцией поперечных размеров, параметров среды и частоты.

Необходимым условием образования поля стоячей волны в резонаторе в результате существования двух распространяющихся в противоположных направлений волн в волноводе является взаимность распределения поперечного электрического поля $E_\perp$ в плоскости поперечного сечения.

$$\vec{E}_\perp^{+}(q_1, q_2) = \vec{E}_\perp^{-}(q_1, q_2)$$

Это условие всегда выполняется для изотропной среды. Для анизотропной среды это условие чаще всего не выполняется, как мы видели на примере прямоугольного волновода с ферритовой пластиной.

При этом двух волн, падающей и отраженной, уже недостаточно для выполнения граничного условия $\vec{E}_{\perp} = 0$ на торцах резонатора. Это условие может быть выполнено лишь при наличии бесконечного числа собственных волн и ближних полей. В этом случае формула $\beta(\omega_n) = \frac{n\pi}{l}$ является приближенной. Сложность строгого расчета резонаторов, содержащих среды с тензорными параметрами заставляет обращаться к приближенным методам. Наиболее простым и универсальным из этих методов является метод возмущений с квазистатической аппроксимацией внутреннего поля. Выведем с помощью метода возмущений формулу для расчета частоты резонаторов.



Рассмотрим полый резонатор, часть объема которого заполнена намагниченным ферритом. Начальное поле какого-либо колебания в резонаторе без феррита будем обозначать с нулевым индексом, а объем резонатора V_0. Поле при наличии феррита (возмущенное поле) будем писать без индексов. Проведем несколько формальных выкладок. Для комплексно-сопряженных амплитуд начального поля (невозмущенного) уравнения Максвелла запишутся в виде:

$$\vec{H}\Big| \qquad rot\vec{E}_0^* = ik_0\mu_0\vec{H}_0^* \qquad 1)$$

$$rot\vec{H}_0^* = -ik_0\varepsilon_0\vec{E}_0^* \qquad 2)$$

где $k_0 = \frac{\omega_0}{c}$, ω_0 – собственная частота резонатора для определенного типа колебаний

Те же уравнения для резонатора с ферритом

$$\vec{E}_0^*\Big| \qquad rot\vec{E} = -ik\overline{\overline{\mu}}\vec{H} \qquad\qquad 3)$$

$$rot\vec{H} = ik\varepsilon\vec{E} \qquad\qquad 4)$$

где, $k = \dfrac{\omega}{c}$, ω – собственная частота резонатора с ферритом,

Вычислим $(1)\times\vec{H} - (4)\times\vec{E}_0^*$ и проинтегрируем по V_0

$$\int\limits_{V_0}\left(\vec{H}rot\vec{E}_0^* - \vec{E}_0^* rot\vec{H}\right)dv = i\left(k_0\mu_0\int\limits_{V_0}\vec{H}_0^*\vec{H}dv - k\varepsilon\int\limits_{V_0}\vec{E}_0^*\vec{E}dv\right) = 0,$$

так как

$$\int\limits_{V_0}\left(\vec{H}rot\vec{E}_0^* - \vec{E}_0^* rot\vec{H}\right)dv = \int\limits_{V_0}div\left[\vec{E}_0^*\vec{H}\right]dv = \int\limits_{S}\left[\vec{E}_0^*\vec{H}\right]\vec{n}ds = 0.$$

Это выполняется при отсутствии потерь в стенках резонатора.

Итак

$$k_0\int\limits_{V_0}\mu_0\vec{H}\vec{H}_0^*dv - k\int\limits_{V_0}\varepsilon\vec{E}\vec{E}_0^*dv = 0$$

Прибавим и вычтем $k\int\limits_{V_0}\varepsilon_0\vec{E}\vec{E}_0^*dv$, тогда

$$-k_0\int\limits_{V_0}\mu_0\vec{H}\vec{H}_0^*dv \pm k\int\limits_{V_1}\Delta\varepsilon\vec{E}\vec{E}_0^*dv \pm k\int\limits_{V_0}\varepsilon_0\vec{E}\vec{E}_0^*dv = 0. \qquad (5)$$

Аналогично из (2) и (3) получаем

$$k\int\limits_{V_0}\overline{\overline{\mu}}\vec{H}\vec{H}_0^*dv - k_0\int\limits_{V_0}\varepsilon\vec{E}\vec{E}_0^*dv = 0,$$

или

$$k\int\limits_{V_1}\Delta\overline{\overline{\mu}}\vec{H}\vec{H}_0^*dv + k\int\limits_{V_0}\mu_0\vec{H}\vec{H}_0^*dv - k\varepsilon\int\limits_{V_0}\mu_0\vec{E}\vec{E}_0^*dv = 0\ . \qquad (6)$$

Сложим (5) и (6)

$$\omega\int\limits_{V_1}\left(\Delta\overline{\overline{\mu}}\vec{H}\vec{H}_0^*dv + \Delta\varepsilon\vec{E}\vec{E}_0^*\right)dv + \omega\int\limits_{V_0}\left(\mu_0\vec{H}\vec{H}_0^* + \varepsilon\vec{E}\vec{E}_0^*\right)dv -$$
$$-\omega_0\int\limits_{V_0}\left(\mu_0\vec{H}\vec{H}_0^* + \varepsilon\vec{E}\vec{E}_0^*\right)dv = 0,$$

или

$$\omega\int\limits_{V_1}\left(\Delta\vec{\bar{\mu}}\vec{\mathrm{H}}\vec{\mathrm{H}}_0^* + \Delta\varepsilon\vec{\mathrm{E}}\vec{\mathrm{E}}_0^*\right)dv + \left(\omega-\omega_0\right)\int\limits_{V_0}\left(\mu_0\vec{\mathrm{H}}\vec{\mathrm{H}}_0^* + \varepsilon\vec{\mathrm{E}}\vec{\mathrm{E}}_0^*\right)dv = 0.$$

Откуда

$$\frac{\omega-\omega_0}{\omega} = \frac{\Delta\omega}{\omega} = -\frac{\int\limits_{V_1}\left(\Delta\vec{\bar{\mu}}\vec{\mathrm{H}}\vec{\mathrm{H}}_0^* + \Delta\varepsilon\vec{\mathrm{E}}\vec{\mathrm{E}}_0^*\right)dv}{\int\limits_{V_0}\left(\mu_0\vec{\mathrm{H}}\vec{\mathrm{H}}_0^* + \varepsilon_0\vec{\mathrm{E}}\vec{\mathrm{E}}_0^*\right)dv}.$$

Учитывая, что $\int\limits_{V_0}\left(\mu_0\vec{\mathrm{H}}\vec{\mathrm{H}}_0^* + \varepsilon_0\vec{\mathrm{E}}\vec{\mathrm{E}}_0^*\right)dv \cong 2\int\limits_{V_0}\mu_0\left|\vec{\mathrm{H}}_0\right|^2 = 2\int\limits_{V_0}\varepsilon_0\left|\vec{\mathrm{E}}_0\right|^2 dv$

Получим

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = -\frac{1}{2W_0}\int\limits_{V_1}\left(\Delta\vec{\bar{\mu}}\vec{\mathrm{H}}\vec{\mathrm{H}}_0^* + \Delta\varepsilon\vec{\mathrm{E}}\vec{\mathrm{E}}_0^*\right)dv,$$

W_0 – энергия, запасенная в пустом резонаторе.

Это и есть формула возмущений для резонатора. Она является строгой до тех пор, пока мы не начнем определять поля в « возмущенной» системе.

ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ РЕЗОНАТОР С ФЕРРИТОВОЙ ПЛАСТИНОЙ

Прежде всего, необходимо выразить возмущенные поля через невозмущенные путем квазистатической аппроксимации. Для тонкой ферритовой пластины, намагниченной касательно к ее плоскости, можно получить аналогично случаю волновода

$$\frac{\omega-\omega_0}{\omega} = -\frac{1}{2W_0}\int\limits_{V_1}\Bigg[\left(\mu_\perp-\mu_0\right)\mathrm{H}_{0x}^*\mathrm{H}_{0x} + \frac{\mu_0}{\mu}\left(\mu_\perp-\mu_0\right)\mathrm{H}_{0y}^*\mathrm{H}_{0y} +$$
$$+\frac{i\mu_0\mu_a}{\mu}\left(\mathrm{H}_{0x}^*\mathrm{H}_{0y} - \mathrm{H}_{0y}^*\mathrm{H}_{0x}\right) + \left(\mu_\parallel-\mu_0\right)\mathrm{H}_{0z}^*\mathrm{H}_{0z} +$$
$$+\frac{\omega_0}{\omega}\left(\varepsilon-\varepsilon_0\right)\mathrm{E}_{oy}^*\mathrm{E}_{oy} + \left(\varepsilon-\varepsilon_0\right)\left(\mathrm{E}_{ox}^*\mathrm{E}_{ox} + \mathrm{E}_{oz}^*\mathrm{E}_{oz}\right)\Bigg]dv$$

Если в прямоугольном резонаторе колебания TE_{10m}, тогда $\mathrm{E}_{0x} = \mathrm{E}_{0y} = H_{0z} \equiv 0$

$$E_{0z} = \sin k_x x \sin k_y y;$$

$$H_{0x} = \frac{k_y}{k_0} \sin k_x x \cos k_y y;$$

$$H_{0y} = \frac{k_x}{k_0} \cos k_x x \sin k_y y;$$

$$k_x = \frac{m\pi}{l}; \quad k_y = \frac{\pi}{a}; \quad k_0 = \sqrt{k_x^2 + k_{yx}^2}; \quad W_0 = \frac{abl}{4}.$$

После вычислений, учитывая, что толщина пластины является малой и полагая $\varepsilon_0 = \mu_0 = 1$, получим:

$$\frac{\omega - \omega_0}{\omega} = -\frac{d}{a}\Big[\left(\mu_\perp - 1\right)\frac{k_y^2}{k_0^2}\cos^2 k_y g \left(1 - \frac{1}{\mu}\right)\frac{k_x^2}{k_0^2}\sin^2 K_y g +$$
$$+\left(\varepsilon - 1\right)\sin^2 k_y g\Big].$$

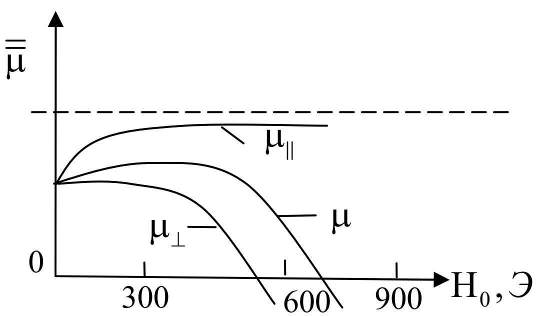
Т.е. приращение частоты линейно зависит от толщины пластины в рассматриваемом приближении. Если пластина находится на боковой стенке волновода $\left(g = 0\right)$, т.е. в максимуме ВЧ магнитного поля, то

$$\frac{\omega - \omega_0}{\omega} = -\frac{d}{a}\left(\mu_\perp - 1\right)\frac{k_y^2}{k_0^2}$$

Если пластина находится у стенки, но намагничена вдоль оси x, то можно показать, что

$$\frac{\omega - \omega_0}{\omega} = -\frac{d}{a}\left(\mu_\parallel - 1\right)\frac{k_y^2}{k_0^2}$$

Ход зависимости частоты резонатора от магнитного поля в данном приближении будет зависеть от характера зависимостей $\mu_\perp = f\left(H\right)$ и $\mu_\parallel = f\left(H\right)$. Для типичных СВЧ ферритов действительные части компонент тензора $\overline{\overline{\mu}}$ имеет вид



ЦИРКУЛЯТОРЫ

Циркуляторы относятся к классу развязывающих устройств и позволяют за счет соответствующего направления циркуляции СВЧ мощности развязать, например, генератор и нагрузку.

Циркуляторы бывают разные: циркуляторы мостового типа, циркуляторы фазовые, циркуляторы, использующие эффект Фарадея.

I. Циркуляторы мостового типа

Циркуляторы мостового типа представляют собой волноводное или коаксиальное разветвление, в котором размещен намагниченный ферритовый образец.

Y-циркулятор образуется с помощью трех соединенных между собой прямоугольных волноводов, которые составляют друг с другом угол 120^0 . В центре такого волноводного сочленения расположен ферритовый цилиндр, намагниченный перпендикулярно широким стенкам волновода.

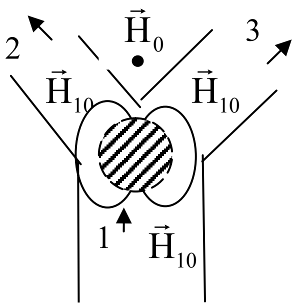


Рис.1

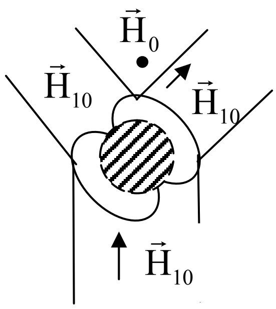


Рис.2

Если Y- разветвление (волноводный мост) не содержит феррита или феррит не намагничен, то волна, поступающая из канала 1 делится поровну между каналами 2 и 3. Схематически структура магнитного поля этих колебаний изображена на рис.1.

По мере роста величины поля подмагничивания картина поля при резонансе поворачивается по азимуту и становится такой, как показано на рис.2. При этом в волновод 2 излучается волна H_{20}, которая туда не проходит ввиду его запредельности и вся мощность поступает в плечо 3.

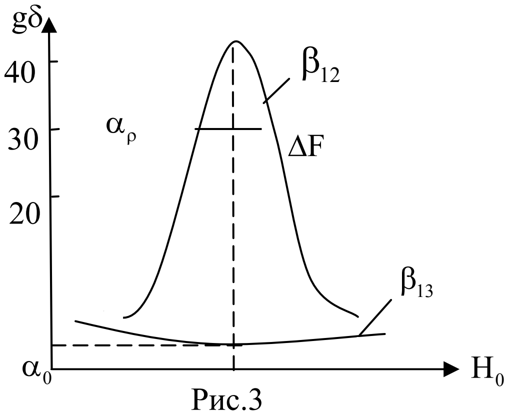
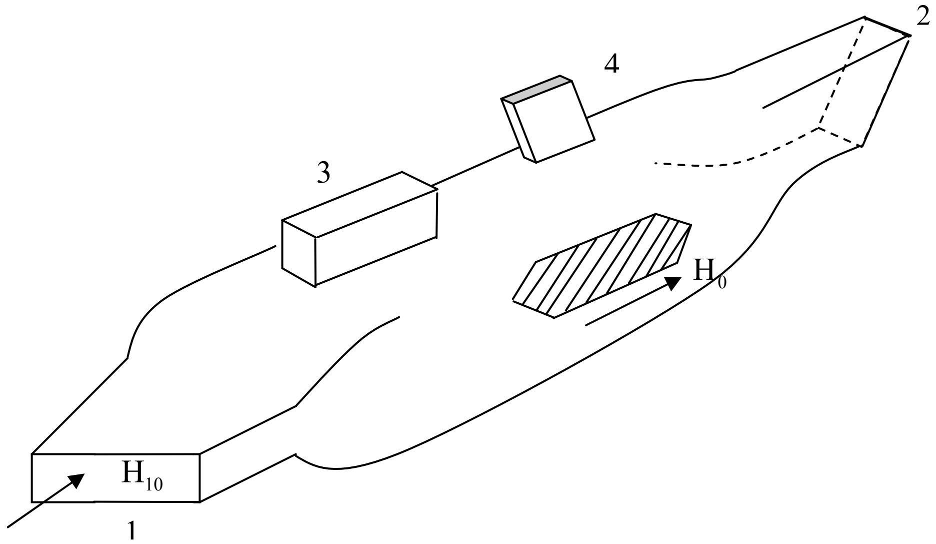


Рис.3

Таким образом, направление циркуляции волны 1–3–2–1, при изменении направления подмагничивания направление циркуляции изменяется на обратное 1–2–3–1. Типичная характеристика затухания циркулятора показана на рис. 3. Основные его параметры: развязка между каналами по определенному уровню затухания (или широкополосность) и величина прямых потерь Типичные характеристики

$$\frac{\Delta F}{F} = 30 \div 40\%, \quad \alpha_0 \leq 0,5 дб$$

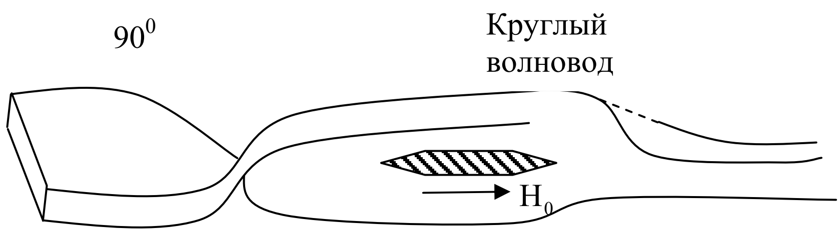
Циркулятор, использующий эффект Фарадея, схематически показано на рис. Волна H_{10}, поступающая в прямоугольный волновод, преобразуется в волну H_{11} круглого волновода с намагниченным ферритовым стержнем.



По мере прохождения феррита плоскость поляризации волны H_{11} поворачивается по часовой стрелке относительно направления внешнего поля. Напряженность поля и размеры ферритового цилиндра подбираются так, чтобы угол поворота плоскости поляризации составил 45^0. Волновод 2 также повернут на 45^0 относительно входного 1 по часовой стрелке, т.е. волна пойдет из 1 в 2. При обратном движении волна не сможет попасть в 1 т.к. ее плоскость поляризации повернется еще на 45^0 и электрический вектор окажется повернутым на 90^0 относительно входного волновода 1. Поэтому волна попадет в 3 и направление циркуляции будет 1– 2 – 3 – 4 – 1.

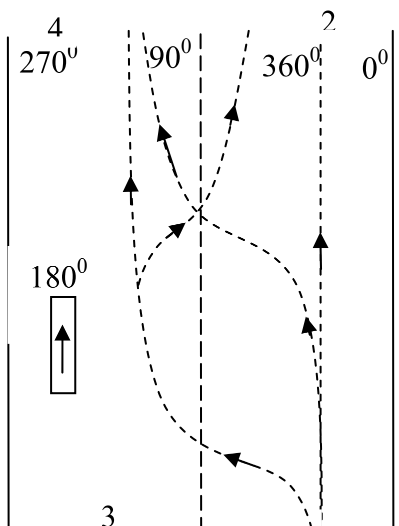
Гиратор, использующий эффект Фарадея, это двухплечное устройство, имеющее сдвиг фазы в одном направлении, равный нулю, в другом- 180^0.

Гиратор состоит из скрученного на 90^0 прямоугольного волновода и 90^0 – градусного вращателя поляризации. Входное плечо ориентировано также как выходное. Пусть волна распространена слева направо, имеет вертикальную поляризацию вектора электрического поля, а скрутка поворачивает поле на 90^0 против часовой стрелки. Фарадеевский вращатель поворачивает еще на 90^0 и в результате вектор электрического поля в выходном плече оказывается повернутым на 180^0. При движении в противоположном направлении (справа налево) фарадеевский вращатель поворачивает вектор E в ту же сторону а скрутка – наоборот,



в результате вектор E ориентирован в выходном плече также, как и во входном.

Циркулятор на основе щелевого моста использует невзаимный фазовращатель с дифференциальным сдвигом фазы, равным 180^0 . В 3 – х дБ ответвителе половина мощности из канала А проходит в канал В, при этом фаза волны изменяется на 90^0. Направление циркуляции 1– 2 – 3 – 4 – 1



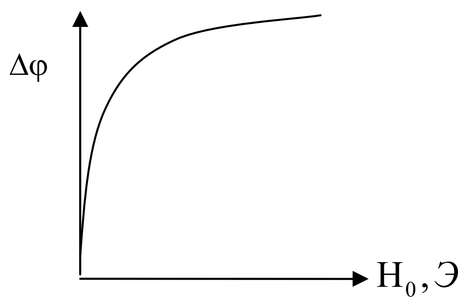
I. **Фазовращатели, управляемые поперечным полем** представляют собой участок прямоугольного волновода, содержащую ферритовую пластину с перпендикулярным полем. При расположении пластины в центре волновода набег фазы в обоих направлениях будет одинаков, а фазовращатель взаимным. Для тонкой пластины формулы, определяющие набег фазы, имеют вид:

$$\Delta\varphi_{\frac{град}{см}} = C_1 \frac{d}{a}\left(\mu_{\perp} - 1\right) \text{ на боковой стенке}$$

$$\Delta\varphi_{\frac{град}{см}} = C_2 \frac{d}{a}\left(1 - \frac{1}{\mu_{\perp}}\right) \text{ в центре волновода}$$

Из них следует, что изменение фазы происходит зав счет зависимости от внешнего поля величины μ и $\mu_{\perp}$. В области слабых полей, когда феррит не насыщен, эта зависимость выражена не сильно, поэтому используют более толстые пластины. Для которых $\Delta\varphi = 10 - 30^0 \frac{град}{см}$. Для больших фазовых сдвигов требуются большие поля и большие габариты магнитной системы.

II. **Фазовращатель на круглом волноводе**, управляемый продольным полем, имеет фазовый сдвиг (для $r_1 \ll r_0$)

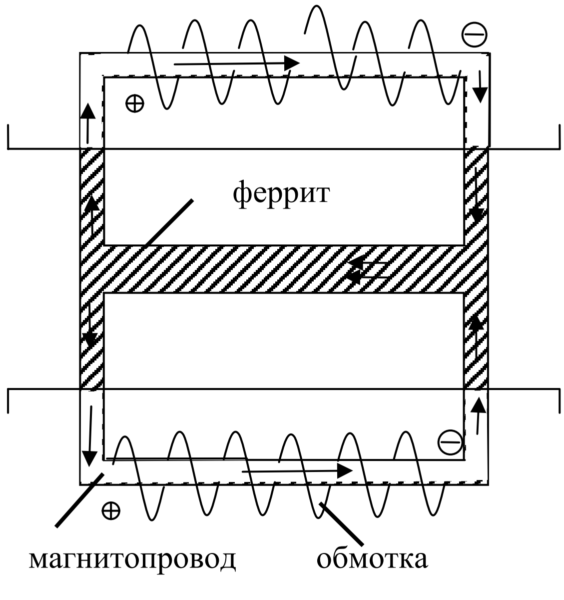


$$\Delta\varphi_{\frac{град}{см}} = C\frac{\mu \mp \mu_a - 1}{\mu \mp \mu_a + 1}\frac{r_1^2}{r_0^2} \simeq C\frac{2\pi\gamma M}{\omega}\frac{r_1^2}{r_0^2}$$

Резкое изменение $\Delta\varphi$ происходит за счет резкого изменения μ_a.

III. Фазовращатель на прямоугольном волноводе с продольным полем или **фазовращатель Реджи – Спенсера** имеет в очень малых магнитных полях управляемый фазовый сдвиг, равный $\left(70 \div 100\right)\frac{град}{см}$.

Это позволяет, используя ферриты с прямоугольной петлей гистерезиса, получить



фазовращатели с большой скоростью управления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Микаэлян А.Л. Теория и применение ферритов на сверхвысоких частотах. М.–Л., Госэнергоиздат, 1963.
2. Гуревич А.Г. Ферриты на сверхвысоких частотах. М., Физматгиз, 1960.
3. Лакс Б., Баттон К. Сверхвысокочастотные ферриты и ферримагнетики. М., «Мир», 1965.
4. Никольский В.В. Теория электромагнитного поля. М., «Высшая школа», 1961.
5. Фишер Ф., Техника измерений на сверхвысоких частотах. М., Физматгиз, 1963.
6. Мильнер И.М., Боровик А.Я. Лекция поферромагнетизму. Х., Издательство Харьковского университета им. А.М.Горького, 1958.