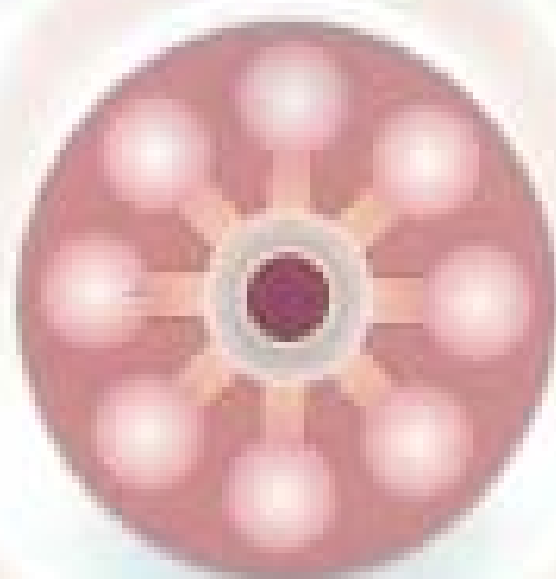


Харківський національний
університет імені В. Н. Каразіна



О. О. ШМАТЬКО

ЕЛЕКТРОННІ ПРИЛАДИ НАДВИСОКИХ ЧАСТОТ



НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРЬКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ В. Н. КАРАЗІНА

О. О. Шматько

ЕЛЕКТРОННІ ПРИЛАДИ НАДВИСОКИХ ЧАСТОТ

Основи теорії
та радіофізичний лабораторний практикум

*Рекомендовано Міністерством освіти і науки України
як навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів*

Харків - 2006

ББК 22.336 я7
УДК 621.385.6
Ш71

*Рекомендовано Міністерством освіти і науки України
як навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів
(лист № 1.4/18-Г-745 від 01.09.06)*

Рецензенти: **Яковенко В. М.**, доктор фізико-математичних наук, професор, академік НАН України, директор науково-дослідного інституту радіофізики і електроніки
Воробйов Г. С., доктор фізико-математичних наук, професор, декан фізико-технічного факультету Сумського державного університету
Чурюмов Г. І., доктор фізико-математичних наук, професор, професор Харківського національного університету радіоелектроніки

Шматько О. О. Електронні прилади надвисоких частот.
Ш71 Основи теорії та радіофізичний лабораторний практикум:
Навчальний посібник. – Х.:ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2006.–
328 с. – Укр. мовою.
ISBN 966-637-382-7

У навчальному посібнику представлено основи теорії та радіофізичний лабораторний практикум з техніки та електроніки НВЧ традиційних електровакуумних резонансних та нерезонансних приладів з повздовжньою та короткочасною взаємодією. В першому розділі викладено основи теорії електровакуумних НВЧ-приладів. Розглянуто різні підходи та наближення для побудови теорії (лінійна, нелінійна, нестационарна). У наступних розділах розглянуті принципи дії найбільш поширених електровакуумних приладів. Розглянуто такі прилади: пролітний, відбивний та багаторезонаторний клістрони, лампа біжучої хвилі О- і М-типу, лампа зворотної хвилі О- і М-типу, генератор дифракційного випромінювання, магнетрон, амплітрон. Окремо розглянуто періодичні системи (гребінка в хвилеводі, спіраль, кільцева магнетронна структура), дана загальна класифікація їх дисперсійних характеристик і наведено розв'язок електродинамічних задач на власні числа і власні функції.

Навчальний посібник призначений для студентів фізичних та радіофізичних спеціальностей вищих навчальних закладів, аспірантів, викладачів і наукових співробітників.

УДК 621.385.6
ББК 22.336 я7

ISBN 966-637-382-7

© Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, 2006
© Шматько О. О., 2006
© Дончик І. М., Шматько О. О.
макет обкладинки, 2006

ПЕРЕДМОВА

У навчальному посібнику основну увагу приділено опису фізичних процесів у традиційних електровакуумних приладах електроніки надвисоких частот (НВЧ), що вивчаються у вищих навчальних закладах на фізичних та радіофізичних факультетах за курсом «Техніка та електроніка НВЧ». В основі посібника – лекції автора, які читаються на радіофізичному факультеті Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна, що частково увійшли до навчального посібника «Електроніка свехвисоких частот» (А. А. Шматько, Е. Н. Одарено, 2003 р.). Це перший навчальний підручник на Україні з електронних приладів НВЧ, написаний українською мовою.

Розглянуто такі прилади: пролітний, відбивний та багаторезонаторний клістри, лампа біжучої хвилі (ЛБВ), лампа зворотної хвилі (ЛЗВ), генератор дифракційного випромінювання (ГДВ-оротрон), магнетрон, ЛБХМ, ЛЗХМ, платинотрон, карсіотрон та ін. В окремий розділ винесено питання, що стосуються сповільнювальних систем різних приладів НВЧ з розподіленою взаємодією О- і М-типу (зокрема гребінки, спіралі, циліндричної кільцевої періодичної системи).

У першому розділі описуються фізичні принципи електроніки НВЧ, що покладені в основу побудови теорії електронно-хвильової взаємодії, розглядаються різні підходи й методи аналізу фізичних процесів, що протікають у приладах, на різних стадіях процесу. Це метод заданого струму, метод заданого поля, самоузгоджений гідродинамічний підхід, метод кінетичного рівняння. Отримано основні рівняння, які описують закономірності енергообміну в резонансних і нерезонансних приладах НВЧ-електроніки й побудована нелінійна теорія таких приладів. Визначено роль поля просторового заряду й магнітного поля, що у загальному випадку може бути просторово неоднорідним або двовимірним з довільним нахилом.

У методичному плані кожний розділ посібника побудовано приблизно за однаковою схемою. Спочатку дається відносно короткий теоретичний опис електронного приладу, принцип

його дії, рівняння, що описують процес електронно-хвильової взаємодії, виводяться основні вихідні та експлуатаційні характеристики і проводиться їх фізичний аналіз. Потім здійснюється опис лабораторної роботи з даним приладом й дається завдання для її виконання. Для самостійної підготовки студентів сформульовані контрольні запитання й наведено список рекомендованої літератури для вивчення розглянутого приладу.

Під час написання навчального посібника автор не ставив собі за мету дати повний огляд наукових праць з електронних приладів НВЧ. Книга створювалась як навчальний посібник орієнтований на широке коло студентів старших курсів, аспірантів і фахівців, що працюють в галузі НВЧ електронних приладів і вивчають фізичні процеси електронно-хвильової взаємодії в приладах О- й М-типу електроніки НВЧ. Тому навчальний посібник не претендує на загальність і повноту висвітлених у ньому питань. Оскільки це видання є одним з перших у вітчизняній літературі з електронних приладів НВЧ, то воно, природно, не позбавлене недоліків. Тому всі зауваження й побажання щодо книги автор прийме з вдячністю.

Автор висловлює подяку академіку НАН України В. М. Яковенку, професору Сумського державного університету Г. С. Воробйову, професору Харківського національного університету радіоелектроніки Г. І. Чурюмову за корисні зауваження, висловлені під час рецензування роботи.

ВСТУП

Електроніка надвисоких частот вивчає взаємодію електромагнітних хвиль із електронними потоками, що рухаються під дією статичних електричних і магнітних полів у різних електродинамічних хвилеводних і резонаторних системах. У результаті такої взаємодії може спостерігатися генерація, підсилення, помноження й перетворення частоти електромагнітних коливань, а також інші споріднені процеси, що супроводжуються перетворенням енергії (кінетичної або потенціальної) ансамблю електронів, що рухаються, в енергію високочастотних коливань. Довжина хвилі таких коливань може поширюватися від одиниць метрів до десятих одиниць міліметрів, фактично від метрових до субміліметрових хвиль. По суті до НВЧ-діапазону належать частоти, які лежать у діапазоні 0.3 - 3000 ГГц.

У 1975 р. Міжнародний консультативний комітет з радіо (URSI) запропонував нову систему поділу й найменування смуг у спектрі електромагнітних хвиль від 3 Гц до 3000 ГГц. Фактично НВЧ-діапазон розділився на ряд піддіапазонів: ультрависокі частоти (УВЧ): 300 - 3000 МГц; надвисокі частоти (НВЧ): 3 - 30 ГГц; вкрай високі частоти (ВВЧ): 30 - 300 ГГц; гіпервисокі частоти (ГВЧ): 300 - 3000 ГГц.

На рис. 1 представлена шкала електромагнітних коливань по частоті, довжині хвилі, буквеному позначенню діапазонів, що дає уявлення про розташування одна відносно одної різних ділянок спектра коливань.

Так, наприклад, діапазон міліметрових і субміліметрових хвиль, широко освоєний у наш час, розташовується на цій шкалі на стику двох діапазонів: НВЧ-діапазону, активно розроблюваного з кінця 30-х років ХХ століття засобами вакуумної й напівпровідникової електроніки, й оптичного діапазону, освоєння якого фактично почалося з 60-х років ХХ століття приладами квантової електроніки й оптики.

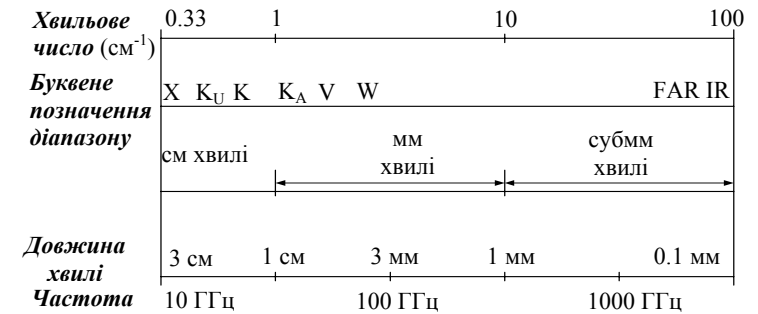


Рис. 1. Шкала електромагнітних хвиль

У наш час електромагнітні коливання використовуються для чисельних практичних застосувань. Перелічимо найбільш важливі з них.

1. Радіозв'язок, радіолокація й радіонавігація. Інформаційна ємність каналу (радіотелефонного – 1 канал зі смугою частот порядку 10 КГц, телевізійного – 1 канал зі смугою 5 МГц) зростає зі зростанням частоти використовуваного частотного діапазону. Так, наприклад, як би весь НВЧ-діапазон використовувався для передачі інформації, то в ньому можна було розмістити в 100 тисяч разів більше каналів, ніж у діапазонах довгих, середніх і коротких радіохвиль разом узятих. За допомогою пристроїв антенної техніки може випромінюватись НВЧ-коливання у відповідному напрямку у вільний простір вузькими пучками (хвильовими пакетами), за допомогою яких можна одержувати зображення різних об'єктів, що рухаються й не рухаються, причому чіткість зображення покращується зі скороченням довжини хвилі. Ця властивість електромагнітних хвиль використовується в радіолокації й радіонавігації. Електромагнітні хвилі можуть проникати через іоносферу, що використовується для космічного зв'язку з літальними апаратами й вивчення атмосфери Землі. Існують вікна непрозорості й прозорості для електромагнітних хвиль у різних частотних діапазонах. Вікна прозорості спостерігаються в діапазонах частот $f = 35; 95; 140;$

240 ГГц. Особливе застосування НВЧ-діапазон знайшов у військовій техніці для керування польотами ракет різного призначення, прихованого військового зв'язку на невеликі відстані ($f = 60$ ГГц), у системах радіопротидії, авіаційній техніці й супутниковому зв'язку.

2. Діагностика плазми й електронних пучків. Резонансне поглинання електромагнітного випромінювання плазмою на різних частотах дозволяє визначати закономірності різних процесів і явищ, що відбуваються в плазмі, а також стимулювати протікання реакцій у термоядерній плазмі.

3. У нових технологіях і побуті. Це, насамперед, промислові НВЧ-печі різного застосування: сушка лісу, паперу, мануфактури, виробництво в молібденових НВЧ-печах скловолокнистих ліній передачі, сублімаційних сушок, побутових НВЧ-печей й др.

Важлива перевага технології СВЧ нагрівання матеріалів перед конвекційною сушкою полягає в тому, що ефективність перетворення енергії електромагнітного поля в тепло зростає прямо пропорційно частоті коливань і квадрату напруженості електричного поля. ККД перетворення НВЧ-енергії в теплову енергію може досягати величини близької до 100 %. Розігрівання матеріалу відбувається одночасно по всьому об'єму зразка, за рахунок чого створюється внутрішній тиск пару й рідина витісняється зі зразка на його поверхню, звідки безперервно видаляється. Для ефективної роботи установки з НВЧ нагрівання необхідно, щоб електронний прилад мав достатньо високий ККД (більше ніж 50 %) й високий рівень потужності в безперервному режимі (більше ніж 1 кВт), був простим й надійним у роботі, а також мав великий термін служби (більше ніж 5 тисяч годин). Найбільш повно цим вимогам відповідають магнетрони, амплітрони й багаторезонаторні клістри.

4. Молекулярна спектроскопія. Дослідження коливальних й обертальних спектрів молекул різних об'єктів, коливань кристалічних решіток твердих тіл, спектрів домішок у напівпровідникових структурах й інших речовинах. Таке вивчення речовини можливо за рахунок того, що квант енергії електромагнітного

поля відповідного діапазону частот зрівнюється із квантом енергії переходу молекул з одного енергетичного рівня на інший. Квантові переходи визначаються відповідними частотами електромагнітного випромінювання або поглинання:

а) квантові переходи електронів з одного енергетичного рівня атома на інший супроводжуються випромінюванням або поглинанням кванта енергії видимого світла;

б) зміна енергії коливань атома в молекулі відповідає випромінюванню або поглинанню енергії в інфрачервоному діапазоні частот;

в) обертання молекули як єдиного цілого відповідає коливальним процесам, які супроводжуються поглинанням або випромінюванням у сантиметровому, міліметровому або субміліметровому діапазоні.

5. Медицина, біологія і хімія. Резонансний вплив електромагнітного випромінювання на біологічні об'єкти відкриває нові перспективи у вивченні фізики природи явищ. Аналіз інтенсивності й ширини ліній свідчить про фізико-хімічний стан речовини, що є істотним для розвитку сучасної біології й медицини. Багато резонансних процесів, які протікають у біологічних об'єктах, мають електромагнітну природу, що спрощує їхнє дослідження, фізичне пояснення механізмів спостережуваних явищ і створення нових речовин із заданими властивостями. Електромагнітний вплив певної частоти на хімічні реакції зумовлює їхнє прискорення. Під час взаємодії з лікарськими препаратами поліпшується їхня якість, ефективність і довговічність, а також можуть проявлятися нові властивості та ін.

Освоєння різних частотних діапазонів спектра електромагнітних хвиль пов'язане з розробкою нових, цілком відмінних від довгохвильової вакуумної електроніки й низькочастотної радіотехніки способів і механізмів перетворення енергії електронів в енергію НВЧ-коливань, що стимулювало розвиток нових областей не тільки техніки, але й науки в цілому.

У перше НВЧ-коливання на довжині хвилі 66 см зареєстрував у своїх дослідах з вивчення існування й передачі електромагнітних хвиль на відстань Генріх Рудольф Герц (1888 р.). Піс-

ля цього П. М. Лебедев у дослідах з подвійної променезаломлюваності вдосконалив іскровий генератор Герца й одержав коливання з довжиною хвилі 0.6 см. Надалі А. О. Глаголева-Аркадьєва одержала випромінювання на довжинах хвиль від 0.1 до 50 мм, досягши, таким чином, довжин хвиль інфрачервоного діапазону. Однак всі ці коливання були некогерентними й малої інтенсивності. І лише в 1919 р. Х. Баркгаузен і К. Куртц у вакуумному тріоді (аудіоні) виявили когерентні НВЧ-коливання, хоча сам тріод був сконструйований на низькочастотний діапазон. Сітка в ньому перебувала під позитивним стосовно анода й катода потенціалом. Після цього А. Халл (1921 р.) встановив існування докритичного, критичного й закритичного режиму роботи циліндричного діода, рух електронів у якому здійснювався в схрещених електричних та магнітних статичних полях. Пізніше А. Жачек (1924 р.) виявив НВЧ-коливання в конструкції Халла на частоті, близькій до циклотронної частоти. У цьому ж році в Харкові А. А. Слуцький і Д. С. Штейнберг під керівництвом професора Д. А. Рожанського винайшли магнетронний спосіб генерації коливань на розрізній конструкції багатосегментного циліндричного діода. Брати Варіан (1937 р.) відкрили клістронний спосіб генерації електромагнітних коливань (пролітний клістрон). У 1939 – 1940 р. В. Ф. Коваленко й незалежно М. Д. Дев'ятков зі співробітниками розробили відбивний клістрон. Всі прилади, названі вище, фактично містили резонаторну коливальну систему. Рудольф Компфнер (1942 р.) на основі спіральної структури, що сповільнює хвилю, сконструював перший нерезонансний підсилювач на біжучій електромагнітній хвилі - лампу біжучої хвилі (ЛБХ). Компфнеру належить ідея й конструкція генератора НВЧ на зворотній хвилі - ЛЗХ.

Після Другої світової війни почався бурхливий розвиток НВЧ-техніки й електровакуумних приладів. У цей час з'явилися такі прилади, як ладдертрон, оротрон, генератор дифракційного випромінювання, клістроли з розподіленою взаємодією, мазери на циклотронному резонансі, гіротрони, амплітрони, пеніотрони та ін.

Механізми перетворення енергії електронів в енергію високочастотних коливань у зазначених приладах різні. Спільною для всіх електронних приладів НВЧ є властивість *інерції* електронів. На низьких частотах електрони, взаємодіючи з полем, не проявляють своєї інерційності, й час їхнього прольоту через простір взаємодії істотно менше за період електромагнітних коливань. У НВЧ-діапазоні ситуація зворотна - період коливань значно менший за час прольоту електронами простору взаємодії. Це приводить до того, що електрони отримують різні змінні швидкості - відбувається їхня швидкісна модуляція. Останнє викликає групування електронів у згустки, наявність яких зумовлює появу високочастотного конвекційного струму. Фактично ці ефекти й визначають роботу більшості електронних приладів НВЧ. Розрізняють прилади з короткочасною та тривалою взаємодією О-типу і М-типу залежно від напрямку електричних і магнітних статичних полів, прикладених до електронного потоку.

Далі у посібнику розглянуто основні прилади НВЧ-діапазону, принципи їхньої дії, механізми передачі енергії електронів НВЧ-полю, основи теорії, експериментальні методи аналізу роботи таких приладів, а також описано лабораторні роботи на основі обладнання, використовуваного на кафедрі фізики НВЧ радіофізичного факультету Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна.

Автор висловлює подяку доценту Є. М. Одаренку за допомогу в оформленні посібника і за плідну співпрацю і завідувачеві навчальної лабораторії при кафедрі фізики НВЧ В. М. Бондаренку за допомогу в постановці лабораторних робіт і корисні зауваження при складанні завдань до них.

РОЗДІЛ 3

ПЕРІОДИЧНІ СТРУКТУРИ

В електровакуумних приладах НВЧ малої та середньої потужності швидкість руху електронів у просторі взаємодії, як правило, значно менш за швидкість світла. Для того щоб забезпечити ефективний відбір кінетичної або потенційної енергії від електронного пучка й передати її електромагнітній хвилі, необхідно сповільнити швидкість хвилі, що поширюється в електродинамічній системі, до швидкості електронів і забезпечити відповідний їй просторовий розподіл в області взаємодії. Саме цю властивість і мають періодичні структури, що широко використовуються в приладах із тривалою взаємодією.

Однією з основних умов роботи НВЧ-приладів із тривалою електронно-хвильовою взаємодією (генераторів, підсилювачів) є умова *просторового синхронізму* – початкова швидкість електронів повинна бути близькою за значенням до фазової швидкості попутної біжучої електромагнітної хвилі, яку створює періодична структура. За наявності *просторового синхронізму* забезпечується тривала електронно-хвильова взаємодія. Частотні властивості цих приладів визначаються *дисперсією* – залежністю фазової швидкості сповільненої хвилі від частоти або довжини хвилі. Фактично, за наявності дисперсії в системі зміна швидкості електронів (за рахунок зміни прискорювальної напруги) викликає перебудову частоти коливань в електровакуумному приладі. Розрізняють широкосмугові й вузькосмугові коливальні системи. Якщо фазова швидкість хвилі значно змінюється зі зміною частоти (довжини хвилі), то прилад вузькосмуговий й, навпаки, при слабкій дисперсії ефективна електронно-хвильова взаємодія спостерігається в широкій смузі частот, що характерно для широкосмугових приладів із тривалою взаємодією.

У силу того, що електронні прилади відрізняються за своїм призначенням, фізичними процесами, що відбуваються в них,

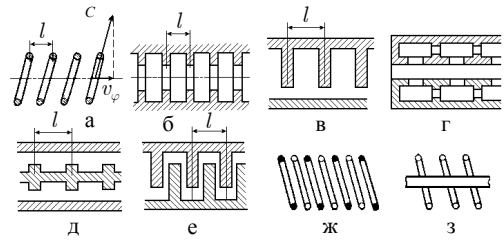


Рис. 3.1. Типи періодичних систем:

а - спіральна, б - циліндричний діафрагмовий хвилевод, в - гребінчаста, г - ланцюг зв'язаних циліндричних резонаторів, д - коаксіальний кабель із гофрованим центральним стрижнем, е - зустрічно-щілинна система, ж - подвійна спіраль, з - спіраль із внутрішнім стрижнем

принципами дії й конструкції, то й використовувани в них періодичні структури різні. Деякі різновидності конструкцій таких періодичних систем, які застосовуються в різному класу резонансних і нерезонансних електронних приладах - як О-типу, так і М-типу, приведені на рис. 3.1.

3.1. Основні характеристики періодичних структур

До основних характеристик періодичних структур відносяться: дисперсія ($v_\phi = f(\omega)$ або $v_\phi = f(\lambda)$), спектр просторових гармонік поля зі своїми амплітудами, фазові швидкості $v_{\phi s}$ просторових гармонік, групова швидкість хвилі v_g , коефіцієнт сповільнення хвилі n , опір зв'язку R . Ясно, що відмінність поверхні періодичної структури від звичайної площини зумовлює те, що одна хвиля не може забезпечити виконання складних граничних умов для електромагнітного поля на її поверхні, як це спостерігається, наприклад, у звичайних порожнистих хвилеводах. Цю умову може задовольнити тільки нескінченний спектр

парціальних хвиль зі своїми амплітудами й фазовими швидкостями, які й називаються просторовими гармоніками. Спочатку розглянемо, як визначаються просторові гармоніки поля в періодичній системі, і наведемо їхні основні властивості.

3.1.1. Теорема Флоке й просторові гармоніки поля

Фундаментальне значення для її теорії й аналізу властивостей періодичних структур, що можуть сповільнювати електромагнітну хвилю, має теорема Флоке. Вона формулюється таким чином. Амплітуда поля в будь-якому поперечному перерізі періодичної системи відрізняється від амплітуди поля в іншому поперечному перерізі, зміщеному на період l структури, постійним комплексним множником $\exp(i\beta_0 l)$ ($\beta_0 = \omega / v_\phi$ - поздовжнє хвильове число, v_ϕ - фазова швидкість хвилі). Для ефективної взаємодії електронів із збуджуванням в структурі високочастотним полем традиційно використовують *Е-хвилю* (електрична компонента поля E_z повинна бути паралельною до напрямку високочастотного струму пучка).

Часткове рішення рівняння Гельмгольца для поздовжньої (вісь Oz) компоненти поля E_z цього типу хвилі (*Е-хвиля*) можна подати у вигляді:

$$E_z(x, y, z) = \bar{E}_z(x, y, z) \exp(i\beta_0 z), \quad (3.1)$$

де \bar{E}_z - періодична по координаті z функція з періодом l . Поле E_z , зміщене на період структури l , згідно з (3.1), запишемо у вигляді:

$$E_z(x, y, z+l) = \bar{E}_z(x, y, z+l) \exp(i\beta_0(z+l)). \quad (3.2)$$

Завдяки періодичності структури для амплітуди хвилі \bar{E}_z повинна виконуватися рівність:

$$\bar{E}_z(x, y, z+l) = \bar{E}_z(x, y, z). \quad (3.3)$$

Тоді, використовуючи вирази (3.1)-(3.3), знаходимо:

$$E_z(x, y, z+l) = E_z(x, y, z) \exp(i\beta_0 l), \quad (3.4)$$

що й потрібно було довести.

Оскільки функція $\bar{E}_z(x, y, z)$ періодична з періодом l по координаті z , то її можна розкласти в ряд Фур'є по періодичних функціях $\exp\left(is \frac{2\pi}{l} z\right)$ з періодом l , а саме:

$$\bar{E}_z(x, y, z) = \sum_{s=-\infty}^{\infty} E_s(x, y) \exp\left(is \frac{2\pi}{l} z\right), \quad (3.5)$$

де $s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Фур'є-амплітуда $E_s(x, y)$, що знаходиться з умови ортогональності функції $\exp\left(is \frac{2\pi}{l} z\right)$ на періоді структури l через зворотне перетворення Фур'є:

$$E_s(x, y) = \frac{1}{l} \int_0^l \bar{E}_z(x, y, z) \exp\left(-is \frac{2\pi}{l} z\right) dz. \quad (3.6)$$

Використовуючи (3.4)-(3.6), одержимо необхідний вираз для компоненти поля E_z над періодичною структурою:

$$E_z(x, y, z) = \sum_{s=-\infty}^{\infty} E_s(x, y) \exp(i\beta_s z), \quad (3.7)$$

де $\beta_s = \beta_0 + \frac{2\pi s}{l}$; $s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$; β_0 - постійна поширення нульової просторової гармоніки поля $s = 0$.

3.1.2. Фаза хвилі, фазова й групова швидкості, коефіцієнт сповільнення

З виразу (3.7) випливає, що електромагнітне поле над періодичною структурою являє собою суперпозицію нескінченно-го набору просторових гармонік (часовий множник вибирається у вигляді $\exp(-i\omega t)$) зі спектральними амплітудами $E_s(x, y)$, однаковою частотою ω й різними значеннями постійної поширення гармонік β_s . Фаза φ_s й фазові швидкості $v_{\varphi s}$ просторових гармонік поля визначаються за такими виразами:

$$\varphi_s = \varphi_0 + 2\pi s, \quad (3.8)$$

$$v_{\varphi s} = \frac{\omega}{\beta_s} = \frac{\omega}{\beta_0 + \frac{2\pi s}{l}}, \quad (3.9)$$

де $\varphi_0 = \beta_0 l$ – фаза гармоніки з номером $s = 0$ на періоді l .

Як випливає з (3.9), просторові швидкості мають різні за величиною й напрямком фазові швидкості $v_{\varphi s}$. Гармоніки з позитивними значеннями індексу s ($s > 0$) називаються прямими, а з негативними s ($s < 0$) – зворотними. Нульова гармоніка ($s = 0$) може бути як прямою, так і зворотною. Довжина хвилі для кожної просторової гармоніки поля визначається співвідношенням:

$$\lambda_s = \frac{2\pi}{\beta_s} = \frac{2\pi}{\beta_0 + \frac{2\pi s}{l}}. \quad (3.10)$$

Як будь-яка довільна хвиля, пакет хвиль або сигнал, просторова гармоніка характеризується груповою швидкістю, що визначає швидкість переносу її енергії. За означенням, швидкість переносу енергії хвилі в цілому або сигналу можна представити як відношення густини потоку енергії \vec{P} до густини енергії хвильового поля W :

$$\vec{v}_g = \frac{\vec{P}}{W},$$

$$\text{де } P = \frac{1}{S} \int_S (\vec{E} \times \vec{H}) \cdot d\vec{S}.$$

Густина енергії сигналу або довільної хвилі в будь-якій точці простору в будь-який момент часу, власне кажучи, залежить від різниці фази хвилі. Так, наприклад, у тих точках простору, у яких амплітуди хвиль складаються у фазі, густина енергії хвилі максимальна, і, навпаки, у тих точках простору, у яких амплітуди хвиль складаються в протилежній фазі, енергія хвилі мінімальна. Умову того, що в досить малій околиці простору хвильових векторів $\vec{\beta}$ фаза хвилі $(\vec{\beta}\vec{r} - \omega t)$ залишається постійною незалежно від значення величини $\vec{\beta}$, можна записати у вигляді

$$\text{grad}_{\vec{\beta}} (\vec{\beta}\vec{r} - \omega t) \equiv 0.$$

Із цієї умови легко знайти групову швидкість хвилі \vec{v}_g або швидкість переміщення точок, у яких зберігається постійна різниця фаз для хвиль із різними, але близькими хвильовими векторами $\vec{\beta}$, а саме:

$$\vec{v}_g = \text{grad}_{\vec{\beta}} \omega.$$

Якщо область значень хвильових чисел, що складають електромагнітний сигнал або пакет хвиль, є досить вузької, то групова швидкість характеризує швидкість переміщення в просторі обвідної хвильового процесу (наприклад, її максимуму).

Стосовно до просторових гармонік періодичних структур групова швидкість цих гармонік дорівнює:

$$v_g = \frac{d\omega}{d\beta_s}. \quad (3.11)$$

У принципі групова й фазова швидкості хвилі можуть не збігатися як за величиною, так і за напрямком. Однак легко показати, що значення групової швидкості для всіх просторових гармонік поля періодичної структури є однаковим. Дійсно, відповідно до означення групової швидкості маємо:

$$v_g = \frac{d\omega}{d\beta_s} = \frac{d\omega}{d\left(\beta_0 + \frac{2\pi s}{l}\right)} = \frac{d\omega}{d\beta_0}.$$

Із цієї формули випливає, що величина групової швидкості будь-якої просторової гармоніки поля не залежить від її номера s й дорівнює груповій швидкості нульової просторової гармоніки. Таким чином, хвиля, що складається з нескінченного набору просторових гармонік поля, має одну групову швидкість, що дорівнює груповій швидкості нульової просторової гармоніки поля.

Коефіцієнт сповільнення s -ї просторової гармоніки n_s визначає, у скільки разів швидкість світла c більш за фазову швидкість $v_{\varphi s}$ s -ї просторової гармоніки поля:

$$n_s = \frac{c}{v_{\varphi s}}.$$

3.1.3. Формула Релея й класифікація дисперсії

Дисперсією називають залежність фазової швидкості $v_{\varphi s}$ s -ї просторової гармоніки поля від частоти ω або довжини хвилі λ . Відповідно до означень (3.9) і (3.11) можна одержати формулу Релея, що пов'язує групову швидкість хвилі v_g з фазовою швидкістю $v_{\varphi s}$ і її похідною по частоті, за її допомогою зручно класифікувати різні види дисперсії. З огляду на те, що $\beta_s = \frac{\omega}{v_{\varphi s}}$, одержимо відповідно до означення (3.11) для групової швидкості різні вирази:

$$\begin{aligned} v_g &= \frac{d\omega}{d\beta_s} = \left(\frac{d\beta_s}{d\omega}\right)^{-1} = \\ &= v_{\varphi s} + \beta_s \frac{\partial v_{\varphi s}}{\partial \beta_s} = \\ &= \frac{v_{\varphi s}}{1 - \frac{\omega}{v_{\varphi s}} \frac{\partial v_{\varphi s}}{\partial \omega}} = \frac{v_{\varphi s}}{1 + \frac{\lambda}{v_{\varphi s}} \frac{\partial v_{\varphi s}}{\partial \lambda}} = \frac{v_{\varphi s}}{1 - \frac{\lambda}{n_s} \frac{\partial n_s}{\partial \lambda}}. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Формула Релея (3.12) за значеннями швидкості і її похідної дозволяє встановити якісний вид дисперсії. Для ясності будемо вважати, що $v_g > 0$.

Якщо напрямки фазової швидкості $v_{\varphi s}$ s -ї просторової гармоніки й групової швидкості v_g хвилі в цілому збігаються (хвиля й гармоніка рухаються в один бік), то говорять про *позитивну* дисперсію, й, навпаки, якщо їхні напрямки протилежні (хвиля й гармоніка рухаються одна одній назустріч), то говорять про *негативну* дисперсію. Крім цього, залежно від знака похідних у формулі Релея

$$\frac{\partial \omega}{\partial v_{\varphi s}}, \frac{\partial v_{\varphi s}}{\partial \lambda}, \frac{\partial n_s}{\partial \lambda},$$

розрізняють:

– *нормальну* дисперсію при виконанні умов:

$$\frac{\partial \omega}{\partial v_{\varphi s}} < 0, \frac{\partial v_{\varphi s}}{\partial \lambda} > 0, \frac{\partial n_s}{\partial \lambda} < 0;$$

– *аномальну* дисперсію, коли виконуються інші умови:

$$\frac{\partial \omega}{\partial v_{\varphi s}} > 0, \quad \frac{\partial v_{\varphi s}}{\partial \lambda} < 0, \quad \frac{\partial n_s}{\partial \lambda} > 0.$$

Із цих нерівностей і формули (3.12) випливає, що *нормальна дисперсія завжди позитивна, а аномальна може бути як позитивною за умов:*

$$\frac{\partial \omega}{\partial v_{\varphi s}} < \frac{\omega}{v_{\varphi s}}, \quad \left| \frac{\partial v_{\varphi s}}{\partial \lambda} \right| < \frac{v_{\varphi s}}{\lambda}, \quad \frac{\partial n_s}{\partial \lambda} < \frac{n_s}{\lambda},$$

так і *негативною, але за других умов:*

$$\frac{\partial \omega}{\partial v_{\varphi s}} > \frac{\omega}{v_{\varphi s}}, \quad \left| \frac{\partial v_{\varphi s}}{\partial \lambda} \right| > \frac{v_{\varphi s}}{\lambda}, \quad \frac{\partial n_s}{\partial \lambda} > \frac{n_s}{\lambda}.$$

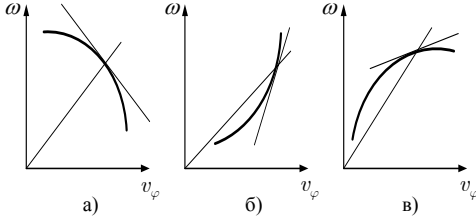


Рис. 3.2. Залежність частоти від фазової швидкості хвилі для різних видів дисперсії:
а - нормальна позитивна; б - аномальна позитивна;
в - аномальна негативна

Різні види дисперсії показані на рис. 3.2. На графіках значенням похідних $\frac{\partial \omega}{\partial v_{\varphi s}}$ відповідають лінії, дотичні до кривих

$$\frac{\partial v_{\varphi s}}{\partial \lambda} \geq \frac{v_{\varphi s}}{\lambda} \left(\frac{v_{\varphi s}}{c} - 1 \right);$$

- на межах смуги пропускання, де поширення енергії поля припиняється, тобто $v_g \rightarrow 0$, крутість зростає до нескінченності: $\frac{\partial v_{\varphi s}}{\partial \lambda} \rightarrow \infty$.

Позитивна аномальна дисперсія

$$v_{\varphi s} > 0, \quad \frac{\partial v_{\varphi s}}{\partial \lambda} < 0:$$

- величина фазової швидкості просторової гармоніки не перевищує групову швидкість

$$v_{\varphi s} \leq v_g \leq c;$$

- крутість дисперсійної характеристики може досягати мінімальних значень $\left| \frac{\partial v_{\varphi s}}{\partial \lambda} \right| \rightarrow 0$ при наближенні $v_g \rightarrow v_{\varphi s}$;
- максимально можливе абсолютне значення крутості дисперсійної характеристики спостерігається за умови $v_g \rightarrow c$ й не перевищує величини

$$\left| \frac{\partial v_{\varphi s}}{\partial \lambda} \right| \leq \frac{v_{\varphi s}}{\lambda} \left(1 - \frac{v_{\varphi s}}{c} \right);$$

- групова швидкість не обертається в нуль при жодних значеннях вихідних величин (у межах вихідного визначення позитивної дисперсії). Отже, позитивна аномальна дисперсія може існувати тільки в частині смуги пропускання. Поблизу смуги пропускання дисперсія переходить із аномальної в нормальну позитивну дисперсію.

$\omega = f(v_{\varphi s})$, а хвильовим числам $\frac{\omega}{v_{\varphi s}}$ – прямі, що йдуть під певним кутом з початку координат. Таким чином, фазова й групова швидкості хвилі можуть бути визначені графічно.

Як впливає з означення й представлених графіків на рис. 3.2, у випадку *нормальної дисперсії* в системі зі зростанням частоти фазова швидкість зменшується й, навпаки, для *аномальної дисперсії* з ростом частоти фазова швидкість зростає.

Як відомо, у лампі біжучої хвилі (ЛБХ) використовується режим, що відповідає *позитивній дисперсії*, а в лампі зворотної хвилі (ЛЗХ) – режим з *негативною дисперсією*.

Перелічимо властивості різних видів дисперсії, що випливають з формули Релея:

$$v_g = v_{\varphi s} \left(1 + \frac{\lambda}{v_{\varphi s}} \frac{\partial v_{\varphi s}}{\partial \lambda} \right)^{-1}.$$

Позитивна нормальна дисперсія

$$v_{\varphi s} > 0, \quad \frac{\partial v_{\varphi s}}{\partial \lambda} > 0:$$

- групова швидкість завжди менше за фазову швидкість просторової гармоніки $v_g \leq v_{\varphi s}$;
- крутість дисперсійної характеристики може досягати мінімального значення $\frac{\partial v_{\varphi s}}{\partial \lambda} \rightarrow 0$ тільки у випадку співлених хвиль ($v_{\varphi s} < c$) і за умови $v_g \rightarrow v_{\varphi s}$;
- для швидких об'ємних хвиль $v_{\varphi s} > c$ мінімально можлива крутість дисперсійної характеристики досягає свого значення при виконанні нерівності:

Негативна аномальна дисперсія

$$v_{\varphi s} < 0, \quad \frac{\partial v_{\varphi s}}{\partial \lambda} < 0:$$

- мінімальна крутість дисперсійної характеристики реалізується за умови $v_g \rightarrow v_{\varphi s}$ й визначається за співвідношенням

$$\left| \frac{\partial v_{\varphi s}}{\partial \lambda} \right| \geq \frac{|v_{\varphi s}|}{\lambda} \left(1 + \frac{|v_{\varphi s}|}{c} \right);$$

- на межах смуги пропускання $\left| \frac{\partial v_{\varphi s}}{\partial \lambda} \right| \rightarrow 0$, і $v_g \rightarrow 0$.

3.1.4. Опір зв'язку

Важливою кількісною характеристикою ефективності взаємодії в електронних приладах є опір зв'язку R_{CB} (або коефіцієнт зв'язку K_{CB}), що за означенням має вигляд:

$$R_{CB} = \frac{|E_s|^2 v_{\varphi s}^2}{2\omega^2 P} \text{ (Ом)}, \tag{3.13}$$

де E_s – амплітуда s-ї просторової гармоніки; $v_{\varphi s}$ – фазова швидкість просторової гармоніки; P – потік потужності, що переноситься хвилею уздовж системи. Ця величина визначається всіма просторовими гармоніками поля – як поверхневими співленими, так і об'ємними – швидкими.

Інший, еквівалентний (3.13), вираз для опору зв'язку можна записати, використовуючи зв'язок потоку потужності P з енергією поля W , що запасастся на одиниці довжини системи через групову швидкість v_g , тобто

$$R_{CB} = \frac{|E_s|^2 v_{gs}^2}{2\omega^2 v_g (W/l)}. \quad (3.14)$$

Безпосереднє використання параметра (3.14) у резонансних приладах із тривалою взаємодією поблизу довгохвильових границь вищих смуг пропускання є досить проблематичним через те, що величина групової швидкості хвилі близька до нуля. Тому в резонансних НВЧ-приладах і приладах дифракційної електроніки використовується опір зв'язку, названий коефіцієнтом ефективності взаємодії $G \sim R_{CB} / R_0$,

$$G = \frac{2|I_0|QL^2}{\omega'_m N_m U_0},$$

Тут N_m – норма m -го виду (див. розділ 1), $R_0 = \frac{U_0}{|I_0|}$ – опір

пучка, I_0 – струм пучка; U_0 – прискорювальний потенціал електронів пучка, L – довжина простору взаємодії; Q – навантаження добротність резонатора. Крім цього параметра, можна користуватися її величиною ефективного об'єму власного коливання, який ввів Л. А. Вайнштейн:

$$V_{\text{эфф}} = \frac{N_m}{|E_s|^2}.$$

Визначення частотних й енергетичних параметрів коливальних систем НВЧ є основним завданням розв'язку задач електродинаміки. Інформацію, отриману при розв'язуванні задач поширення хвиль в періодичних структурах, можна використати для поліпшення частотних й енергетичних характеристик НВЧ приладів і пристроїв різних частотних діапазонів у цілому.

Випишемо деякі значення для опору зв'язку для різних випадків. Так, наприклад, для спіральної системи, що сповільнює хвилю, на її осі при великих радіусах a опір R_{CB} зв'язку описується за формулою:

$$R_{CB} = 60\pi\beta_0 \exp(-\beta_0 a),$$

тут a – радіус внутрішньої поверхні структури, що сповільнює хвилю, $I_0(x)$ – модифікована функція Бесселя нульового порядку.

Для визначення дисперсії періодичної системи у різних частотних діапазонах для різних гармонік необхідно розв'язувати рівняння Гельмгольца відносно виділених компонентів поля. Як приклад, розглянемо деякі періодичні структури, що найбільш часто використовуються у приладах НВЧ, і знайдемо для них дисперсійне рівняння. Спочатку розглянемо періодичну систему – гребінку у хвилеводі (рис. 3.1в). Така періодична структура може використовуватися в таких електронних приладах, як планарна ЛБХ, ЛЗХ, ГДВ, ЛБХМ, ладертрон та ін.

3.2. Гребінка у хвилеводі

3.2.1. Постановка й розв'язання граничної задачі

Розглянемо періодичну структуру типу гребінки у хвилеводі й отримаємо для неї дисперсійне рівняння у випадку поширення в таких системах E -хвиль. Відомо, що така хвиля може відповідати H_x -поляризації поля. Тому однорідне рівняння Гельмгольца необхідно розв'язувати відносно цієї компоненти поля. Всі інші компоненти поля, у тому числі й поздовжня компонента E_z , знаходяться через шукану компоненту поля H_x відповідно до рівнянь Максвелла (див. розділ 1). Одержимо розв'язок однорідного рівняння Гельмгольца для H_x -компоненти електромагнітного поля:

$$\Delta H_x + k^2 H_x = 0, \quad (3.15)$$

з урахуванням граничних умов на металевих поверхнях, які передбачаються ідеально провідними. У такому випадку тангенціальні компоненти електричного поля на ідеально

де a – відстань від межі потоку електронів до поверхні сповільнювальної системи. На практиці доводиться оцінювати опір зв'язку не на поверхні сповільнювальної системи, а на деякій відстані від неї. Така оцінка може бути здійснена за допомогою формул, що наведено нижче. Так, якщо поверхня сповільнювальної системи плоска й поблизу неї відсутні металеві екрани, то опір зв'язку R_0 на відстані a від поверхні відрізняється від опору зв'язку на поверхні системи множителем R :

$$R_a = R \exp(-2\gamma_s a),$$

де γ_s – поперечне хвильове число s -ї просторової гармоніки поля. Для двосторонньої періодичної системи (наприклад, подвійної гребінчастої решітки) при виконанні умови, що на обох поверхнях у точках з однаковими значеннями поздовжньої координати фази збігаються (синфазний режим), опір зв'язку в просторі між двома періодичними поверхнями на відстані y може бути визначений за формулою:

$$R_y = R \frac{\text{ch}(\gamma_s y)}{\text{ch}(\gamma_s a)}.$$

Для протифазного режиму опір зв'язку дорівнює:

$$R_y = R \frac{\text{sh}(\gamma_s y)}{\text{sh}(\gamma_s a)}.$$

У випадку циліндричних систем, наприклад, систем на зразок циліндричного хвилеводу, навантаженого дисками, вписані вище співвідношення аналогічні, але використовуються вже не гіперболічні функції, а модифіковані функції Бесселя. Для симетричних полів по азимуту опір зв'язку на відстані r від осі хвилеводу визначається за виразом:

$$R_r = R \frac{I_0^2(\gamma_s r)}{I_0^2(\gamma_s a)},$$

провідній поверхні структури тотожно дорівнюють нулю, тобто $\vec{E}_{tg} = 0$. З рівняння Максвелла (1.1) випливає, що ця гранична умова рівносильна іншій умові для нормальної до металевий поверхні похідної від компоненти поля H_x , а саме:

$$\frac{\partial H_x}{\partial \vec{n}} \equiv 0, \quad (z, y \in \text{металевій поверхні}). \quad (3.16)$$

Тут \vec{n} – нормаль до металевих поверхонь решітки. Поза металевими поверхнями всі компоненти поля безперервні.

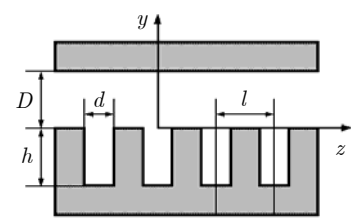


Рис. 3.3. Гребінчаста періодична система

Розв'язок однорідного рівняння Гельмгольца (3.15) знаходиться, як відомо, з точністю до константи.

Результатом розв'язання є характеристичне рівняння $k = f(\beta_0)$ ($k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$, $c = (\epsilon_0 \mu_0)^{1/2}$, $\beta_0 = \frac{\omega}{v_\phi}$), що і визна-

чає дисперсійну характеристику періодичної структури. Розв'язуючи рівняння Гельмгольца, будемо використовувати метод часткових областей (складну область розіб'ємо на ряд прости́х). Перша область $0 \leq y \leq D$; друга $-h \leq y \leq 0$ (рис. 3.3).

Застосовуючи теорему Флоке, представимо невідому компоненту поля H_x в кожній з виділених областей у вигляді розкладу в ряди Фур'є по відповідних функціях:

$$H_x^1 = \sum_{S=-\infty}^{\infty} a_S \cos \gamma_S (y - D) \exp(i\beta_S z), \quad |z| < \frac{l}{2}; \quad (3.17)$$

$$H_x^2 = \sum_{m=0}^{\infty} b_m \cos \rho_m (y + h) \cos \frac{\pi m}{d} \left(z + \frac{d}{2} \right), \quad |z| < \frac{d}{2}. \quad (3.18)$$

Тут:

$$\beta_S = \beta_0 + \frac{2\pi S}{l}; \quad \gamma_S = \sqrt{k^2 - \beta_S^2}; \quad \rho_m = \sqrt{k^2 - \left(\frac{\pi m}{d} \right)^2}.$$

Компонента поздовжнього електричного поля E_z визначається з рівнянь Максвелла через компоненту H_x , а саме:

$$E_z = \frac{i}{k} \frac{\partial H_x}{\partial y}. \quad (3.19)$$

Зазначимо, що у виразах (3.17), (3.18) враховані граничні умови $\vec{E}_{tg} \equiv 0$ на металевих поверхнях $y = D$, $y = -h$, $|z| = \frac{d}{2}$. Для визначення невідомих коефіцієнтів a_S (амплітуди просторових гармонік поля) і b_m (амплітуди хвилеводних хвиль у канавках гребінки) у виразах (3.17), (3.18) скористаємося граничними умовами на межі поділу двох часткових областей у площині гребінки $y = 0$, а саме:

$$E_z^1 = \begin{cases} 0, & \frac{d}{2} \leq |z| \leq \frac{l}{2}, \\ E_z^2, & |z| < \frac{d}{2}, \end{cases} \quad (3.20)$$

$$H_x^1 = H_x^2, \quad |z| < \frac{d}{2},$$

тоді одержимо такі функціональні рівняння:

$$a_n \gamma_n \sin \gamma_n D + \theta \sum_{S=-\infty}^{\infty} a_S \cos \gamma_S D \sum_{m=0}^{\infty} \rho_m \operatorname{tg}(\rho_m h) L_{sm} L_{nm}^* = 0, \quad (3.23)$$

$$\text{де: } \theta = \frac{d}{l},$$

$$L_{sm} = \frac{1}{d} \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} \cos \frac{\pi m}{d} \left(z + \frac{d}{2} \right) \exp(i\beta_S z) dz,$$

$$L_{nm}^* = (L_{nm})^*$$

$$L_{sm} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sin \frac{1}{2}(\pi m + \beta_S d)}{\frac{1}{2}(\pi m + \beta_S d)} e^{-i\frac{\pi m}{2}} - \frac{\sin \frac{1}{2}(\pi m - \beta_S d)}{\frac{1}{2}(\pi m - \beta_S d)} e^{-i\frac{\pi m}{2}} \right\}.$$

3.2.2. Дисперсійне рівняння і його аналіз

Відомо, що однорідна система алгебраїчних рівнянь (3.23) має нетривіальний розв'язок, коли її визначник дорівнює нулю. Рівність визначника системи нулю і є шуканим дисперсійним рівнянням. Систему однорідних лінійних алгебраїчних рівнянь можна розв'язувати чисельно й знаходити корінь її визначника при довільних параметрах задачі. У випадку, коли в канавках решітки може поширюватися без згасання уздовж вісі Oy основна хвилеводна хвиля з індексом $m = 0$, а амплітуди всіх інших хвиль з $m \neq 0$, що не поширюються, згасають углиб канавки за експоненціальним законом, що звичайно виконується на практиці (довжина хвилі істотно перевищує період системи, а ширина на щілині канавки мала в порівнянні з періодом, тобто $\lambda \gg l$, $d \ll l$, тому величина $\rho_m = \sqrt{k^2 - \left(\frac{\pi m}{d} \right)^2}$ суто уяв-

$$- \sum_{S=-\infty}^{\infty} a_S \gamma_S \sin \gamma_S D \exp(i\beta_S z) = \begin{cases} 0, & \frac{d}{2} \leq |z| \leq \frac{l}{2}, \\ \sum_{m=0}^{\infty} b_m \rho_m \sin \rho_m h \cos \frac{\pi m}{d} \left(z + \frac{d}{2} \right), & |z| \leq \frac{d}{2}, \end{cases} \quad (3.21)$$

$$\sum_{S=-\infty}^{\infty} a_S \cos \gamma_S D \exp(i\beta_S z) = \sum_{m=0}^{\infty} b_m \cos \rho_m h \cos \frac{\pi m}{d} \left(z + \frac{d}{2} \right), \quad |z| < \frac{d}{2}. \quad (3.22)$$

Для знаходження невідомих коефіцієнтів a_S і b_m із системи функціональних рівнянь (3.21)–(3.22) скористаємося методом Фур'є (метод перерозкладу системи функцій, повних на одному періоді, по системі функцій, повних на іншому періоді). Як впливає з рівнянь (3.21) і (3.22), є дві таких послідовності наступних функцій: $\exp(i\beta_S z)$ і $\cos \frac{\pi m}{d} \left(z + \frac{d}{2} \right)$. Тому для знаходження невідомих коефіцієнтів a_S у системі функціональних рівнянь (3.21) використаємо умови ортогональності функції $\exp(i\beta_S z)$ на її періоді системи l , а для знаходження коефіцієнтів b_m у системі рівнянь (3.22) – умови ортогональності функцій $\cos \frac{\pi m}{d} \left(z + \frac{d}{2} \right)$ на її періоді d (ширини щілини). Застосувавши метод Фур'є до функціональних рівнянь (3.21) і (3.22), одержимо зв'язану систему двох лінійних алгебраїчних рівнянь щодо коефіцієнтів a_S й b_m . Виключаючи одну послідовність невідомих коефіцієнтів із системи зв'язаних алгебраїчних рівнянь, наприклад, b_m , одержимо одну нескінченну систему однорідних алгебраїчних рівнянь 2-го роду відносно амплітуд просторових гармонік поля a_n над поверхнею решітки:

літичний вираз для визначника системи. У цьому наближенні система рівнянь (3.23) спрощується, а дисперсійне рівняння набуває вигляду:

$$a_n \gamma_n \sin(\gamma_n D) + \sum_{s=-\infty}^{\infty} a_s \rho_0 \frac{d}{l} \operatorname{tg}(\rho_0 h) \cos(\gamma_s D) L_{s0} L_{n0}^* = 0. \quad (3.24)$$

$$\text{Тут } L_{s0}^* = \sin \frac{\beta_s d}{2} / \frac{\beta_s d}{2}.$$

Відомо, що якщо матричні коефіцієнти системи лінійних алгебраїчних рівнянь подаються у вигляді добутку двох множників, кожний з яких залежить тільки від одного індексу (s або n), то її розв'язок й визначник можна знайти в аналітичній формі.

Дотримуючись цього правила, розв'язок системи алгебраїчних рівнянь (3.24) будемо шукати у вигляді:

$$a_S = a \left(\frac{L_{S0}}{\gamma_S \sin(\gamma_S D)} \right), \quad (3.25)$$

де a – довільна невідома константа. Із цього виразу випливає, що амплітуди просторових гармонік поля a_s зі зростанням номера гармоніки s убувають як $\frac{1}{s}$. Нормовану на амплітуду нульової просторової гармоніки поля амплітуду s -й просторової гармоніки поля a_s подамо у вигляді:

$$a_s = \frac{L_{s0}^* \gamma_0 \sin(\gamma_0 D)}{L_{00}^* \gamma_s \sin(\gamma_s D)}.$$

Підставляючи (3.25) в (3.24), знаходимо наближене дисперсійне рівняння в явному вигляді:

$$1 + \rho_0 \frac{d}{l} \operatorname{tg}(\rho_0 h) \sum_{S=-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{ctg}(\gamma_S D)}{\gamma_S} L_{S0}^* L_{S0} = 0. \quad (3.26)$$

Для якісного аналізу рівняння (3.26) можна ще спростити, якщо обмежитися в області взаємодії $0 < y < D$ однією просторовою гармонікою поля $s = 0$. Тоді одержимо:

$$\frac{ctg(kh)}{k} = \theta \frac{ctg(\gamma_0 D)}{\gamma_0}, \quad (3.27)$$

де $\theta = \frac{d}{l}$; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$; $\gamma_0^2 = k^2 - \beta_0^2$.

Аналіз дисперсійних рівнянь (3.26), (3.27) свідчить що в досліджуваній періодичній системі можливі два якісно різні режими – режим поверхневих хвиль, що реалізується за умови $\beta_s^2 > k^2$, і режим об'ємних хвиль, для якого виконується зворотна умова $k^2 > \beta_s^2$. У першому випадку всі просторові гармоніки поля є сповільненими й поверхневими. У другому випадку одна або кілька просторових гармонік можуть бути швидкими й об'ємними, а решта – сповільненими. У режимах поверхневих й об'ємних хвиль можуть існувати смуги пропускання (випадок, коли існують рішення дисперсійного рівняння, тобто хвиля поширюється уздовж періодичної структури) і смуги запирання (випадок, коли рішення рівняння (3.27) не існує й хвиля не поширюється вздовж структури). Режим поверхневих хвиль характерний для роботи ЛБХ і ЛЗХ, а режим об'ємних хвиль використовується в приладах типу оротрон-генератор дифракційного випромінювання (ГДВ). У режимі поверхневих хвиль верхня площина діафрагмованого хвилеводу практично істотно не впливає на електродинамічні характеристики періодичної системи, оскільки амплітуда електричної компоненти поля убуває за експоненціальним законом від поверхні решітки. У цьому випадку дисперсійне рівняння (3.27) для режиму поверхневих хвиль спрощується, оскільки величина $cth(\gamma_0 D) \rightarrow 1$, і зводиться до такого:

$$\frac{ctg(kh)}{k} = \frac{\theta}{\sqrt{\beta_0^2 - k^2}}.$$

частот. В одному інтервалі значень частоти (або довжин хвиль λ) сповільнена хвиля поширюється в системі, в іншому – не поширюється.

На рис. 3.4 якісно зображена дисперсійна характеристика гребінки у хвилеводі для однієї смуги пропускання в межах $\lambda_1 < \lambda < \lambda_2$. Для обраної довжини хвилі λ_x у смугі на графіку показані три точки А, Б, В, для яких визначені фази просторових

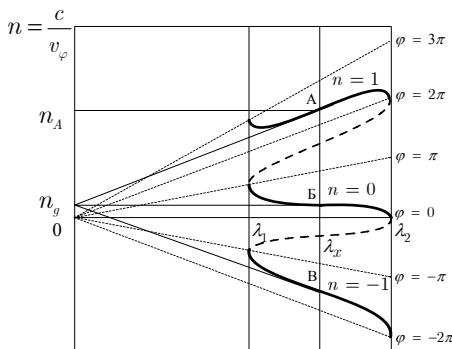


Рис. 3.4. Дисперсійні характеристики періодичної структури

гармонік φ_s , коефіцієнт сповільнення $n = \frac{c}{v_{\varphi 1}}$ для гармоніки $s = 1$ (прямої) і знайдена групова швидкість v_g через групове сповільнення $n_g = \frac{c}{v_g}$. Як видно із графіка, всі гармоніки мають різні фазові швидкості й однакову групову швидкість (геометричний зміст групової швидкості - тангенс кута нахилу дотичних до кривих, що для всіх гармонік має однакове значення).

Із цього рівняння можна одержати аналітичний вираз для фазової швидкості поширення хвилі в режимі поверхневих хвиль $\beta_0^2 \gg k^2$ для випадку $kh \leq \frac{\pi}{2}$, а саме:

$$v_{\varphi} = \frac{c}{\sqrt{1 + \theta tg^2 kh}}.$$

Наближений розв'язок рівняння (3.27) у центрах смуг пропускання визначається з умови

$$ctg(kh) \approx 0 \text{ або } kh \approx \frac{\pi}{2} + \pi p \quad (p = 0, 1, 2 \dots),$$

що відповідає такому співвідношенню між глибиною канавки h й довжиною хвилі λ :

$$h \approx \lambda \left(\frac{1}{4} + \frac{p}{2} \right). \quad (3.28)$$

Ця умова відповідає чвертьхвильовому резонансу поля за глибиною канавки решітки. Насправді ця глибина з урахуванням всіх просторових гармонік поля в (3.26) трохи менше, ніж $\frac{\lambda}{4}$.

Смуги пропускання, у яких періодична структура підтримує поширення поверхневих гармонік поля, перебувають в інтервалах по параметрах h й λ , що задовольняють умові:

$$\pi n < \frac{2\pi h}{\lambda} < \frac{\pi}{2} + \pi p, \quad (p = 0, 1, 2 \dots),$$

а смуги запирання - в інших інтервалах:

$$\pi p + \frac{\pi}{2} < \frac{2\pi h}{\lambda} < \pi + \pi p, \quad (p = 0, 1, 2 \dots).$$

Індекс p характеризує номер смуги пропускання або запирання. Ці умови визначаються з рівняння (3.27) для позитивних і негативних значень функції $tg(kh)$. Кількість смуг пропускання й запирання по параметру λ визначається глибиною канавки h (3.28). Із представлених формул випливає, що розглянута сповільнювальна система є смуговим фільтром у певній області

Відносна величина опору зв'язку визначається для цього випадку за виразом:

$$\frac{R_s}{R_0} \cong \frac{\beta_0^2 \sin \frac{1}{2} \beta_0 d}{\beta_s^2 \sin \frac{1}{2} \beta_s d}. \quad (3.29)$$

Із цієї формули випливає, що опір зв'язку для розглянутої системи швидко спадає зі зростанням номера просторової гармоніки поля s , оскільки $\beta_s > \beta_0$. У періодичній системі, розглянутій вище, опір зв'язку в режимі поверхневих хвиль становить величину порядку одиниць або десятків ом.

У сучасних електронних приладах НВЧ застосовуються скінченні відрізки періодичних резонансних систем. Якщо ці системи обмежені металевою поверхнею (резонатор), то їхню дисперсію можна розглядати за отриманими вище формулами, але з деякою модифікацією. У цьому випадку на довжині резонатора може укладатися ціле число довжин напівхвиль. Якщо довжина резонатора дорівнює L , то на цьому інтервалі може укладатися ціле число N довжин сповільнених напівхвиль $\lambda_s/2$ для нульової просторової гармоніки поля, тобто $L = m \frac{\lambda_s}{2} = Nl$. З огляду на вираз для поздовжнього хвильового числа просторової гармоніки він дорівнює $\beta_n = \beta_0 + \frac{2\pi n}{l} = \frac{2\pi}{\lambda_s} + \frac{2\pi n}{l}$, й отримане вище співвідношення, знаходимо для хвильового числа β_n n -ї просторової гармоніки поля вираз $\beta_n = \frac{\pi}{Nl} (m + 2nN) = \frac{2\pi}{l} \left(n + \frac{m}{2N} \right)$. Тут m - індекс виду коливань, що характеризує кількість довжин напівхвиль обвідної високочастотного сигналу, що укладаються по довжині резонатора. Ясно, що отримані вирази для постійної поширення m -го виду коливань і n -ї гармоніки у відрізьку закороченого хвилеводу (резонатора) відрізняються від раніше

знайдених безперервних значень цієї величини для нескінченної періодичної структури своєю дискретністю. Зі збільшенням числа резонаторів N до нескінченності густота точок на дисперсійних кривих збільшується, й вони практично збігаються. Таким чином, немає спеціальної потреби окремо розв'язувати задачу для таких систем. У цьому випадку можна скористатися раніше знайденими дисперсійними залежностями з тією лише різницею, що ця залежність буде дискретною для конкретно

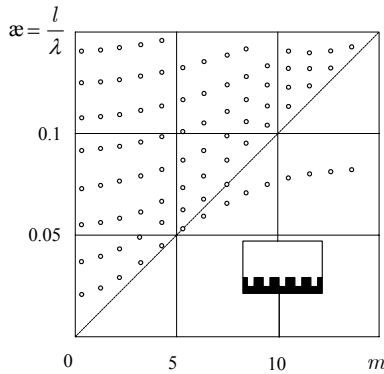


Рис. 3.5. Дисперсійні характеристики резонатора з відрізком періодичної структури

вибраного виду коливань m . Зважаючи на це наведемо деякі чисельні розрахунки дисперсійної залежності для відрізка розглянутої періодичної системи.

На рис. 3.5 представлені дисперсійні залежності (залежність безрозмірного частотного параметру $\alpha = \frac{2kl}{\pi} = \frac{l}{\lambda}$ від індексу виду коливань m) для прямокутного резонатора з відрізком відбивної періодичної решітки (гребінки). Кількість щільних резонаторів N можна вибирати довільно. Чисельний розра-

рахунки виконані для трьох значень безрозмірної ширини щільних резонаторів відносно періоду структури θ (1 – 0.1, 2 – 0.2, 3 – 0.4).

Із графіків видно, що зміна значення величини θ викликає розширення діапазону перебудови частоти. Суцільна лінія на рисунку ($\psi = 2\pi$) відповідає режиму існування об'ємних хвиль для гармоніки з індексом $s = 1$ і механічною перебудовою частоти, наприклад, при переміщенні верхнього дзеркала резонатора.

Іншим видом періодичної сповільнювальної системи, що застосовується в електронних приладах М-типу (магнетронах), є замкнена в кільце періодична структура. Найчастіше в анодних блоках багаторезонаторних магнетронах використовують щільну, лопаткову періодичні структури, а також структуру типу отвір-щільнина.

3.3. Періодична структура магнетрона

Як сповільнювальну систему магнетронного генератора розглянемо двомірну щільну циліндричну структуру, замкнену в кільце (рис. 3.7). За рахунок цього в такій системі виникає розподілений позитивний зворотний зв'язок, і тому такі періодичні системи використовуються тільки в генераторах. Внутрішній циліндр у системі приладу виконує функції катода, з якого завдяки прикладеній напрузі між ним і анодом вириваються електрони й рухаються до періодичної системи, що спот-

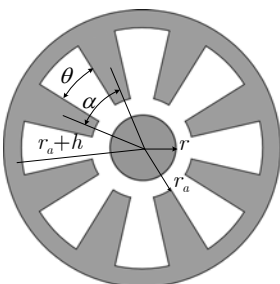


Рис. 3.7. Електродинамічна система магнетрона

хунок дисперсійного рівняння (3.26) виконувався для таких параметрів: $N = 10$, $l = 0.4$ мм, $D = 10$ мм, $h = 1$ мм, $L = 20$ мм, $\theta = 0.1$.

Фактично розглянута структура являє собою коливальну систему або резонансної ЛЗХ, або генератора міліметрових хвиль на зразок ладертрона. У режимі існування об'ємної хвилі виконується умова $k^2 > \beta_s^2$. В області поза трикутником (режим поверхневих хвиль) на графіку є серія точкових кривих дисперсійних характеристик, кожна з яких пов'язана з кількістю довжин хвиль, що укладаються між дном решітки й верхньою стінкою періодичної структури.

Інший вид дисперсійних кривих для такої структури представлений на рис. 3.6, розрахованих при таких параметрах резонаторної коливальної системи: $\theta = 0.1 \div 0.4$, $\frac{h}{l} = 2.5$, $N = 50$.

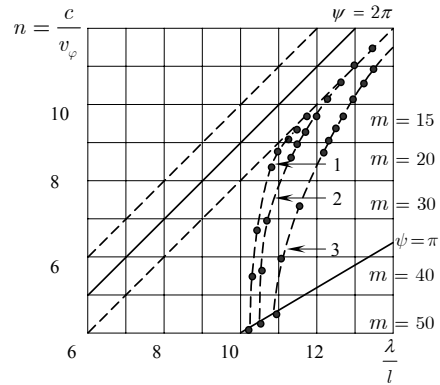


Рис. 3.6. Дисперсійні характеристики резонансної системи

вільною хвилю, - анодного блоку магнетрона. Через те, що така система фактично замкнена сама на себе, то в ній може збуджуватися тільки скінченне число видів коливань, що розрізняються за просторовим розподілом і цілою кількістю довжин напівхвиль, які укладаються по азимуту системи. Ясно, що число резонаторів анодного блоку магнетрона дорівнює N , а зсув фази на одному шагу структури для основної хвилі (нульової просторової гармоніки поля) дорівнює величині α (секторіальний кут розкриття одного сегмента структури), то повинна виконуватися умова $N\alpha = 2\pi m$, де індекс m і визначає вид коливання в системі. Для довільної просторової гармоніки поля n фазовий набіг на одному періоді (сегменті) системи дорівнює $\alpha_n = \alpha + 2\pi n$. Для цієї гармоніки також повинні виконуватися фазові умови, що забезпечують позитивний зворотний зв'язок, а саме: $N\alpha_n = N\alpha + 2\pi nN = 2\pi m + 2\pi nN = 2\pi(m + nN)$. Звідси випливає, що число m визначає номер виду коливань у замкнутій системі і повинне пробігати цілі значення $m = 0, 1, 2, \dots, \frac{N}{2}$. Їхня кількість у системі дорівнює $\frac{N}{2} + 1$. Найчастіше в магнетроні використовується π -вид коливань, у якого набіг фази поля на одному періоді (сегменті анодного блоку) дорівнює величині π .

Перейдемо до теоретичного розв'язку задачі на власні коливання в представленій на рис. 3.7 системі. Тобто треба знайти власні хвильові числа і власні функції оператора Лапласа в циліндричній системі координат з необхідними граничними умовами для полів. Як і у попередньому параграфі, обмежимося розглядом такої хвилі в кільцевій періодичній структурі, що має азимутальну компоненту електричного поля E_ϕ , для того щоб відбувалася ефективна електронно-хвильова взаємодія з обертним по азимуту електронним потоком. Такий тип хвилі повністю описується H_z -поляризованою хвилею (така ж компонента електричного поля в системі відсутня).

Будемо розглядати для простоти двомірний випадок, для якого виконується умова $\frac{\partial}{\partial z} = 0$. У циліндричній системі координат однорідне рівняння Гельмгольца для H_z -компоненти поля набуває вигляду:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial H_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial \varphi^2} + k^2 H_z = 0. \quad (3.30)$$

Розв'язувати це рівняння будемо, як і у попередньому випадку, за допомогою методу часткових областей. Виділимо дві області: область 1 - $r_a < r < r_k$ й область 2 - $r_a + h > r > r_a$, де h - глибина секторіальних канавок по радіусу анодного блоку, r_k , r_a - радіус катоду й радіус до поверхні анодного блоку відповідно. З огляду на азимутальну періодичність розглянутої структури і її замкнутість скористаємося теоремою Флоке для запису поля H_z в просторі взаємодії $r_a < r < r_k$ (область 1 - H_z^1) і в області щілинних резонаторів анодного блоку $r_a + h > r > r_a$ (область 2 - H_z^2), а саме:

$$H_z^1 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_n^1(r) \exp(ip_n \varphi), \quad (3.31)$$

$$H_z^2 = e^{im\alpha} \sum_{s=0}^{\infty} R_s^2(r) \cos q_s \left(\varphi + \frac{\alpha\theta}{2} - l\alpha \right). \quad (3.32)$$

Тут R_n^1 , R_s^2 - функції, що потрібно знайти з рівняння Гельмгольца (3.30), $p_n = m + nN$, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N$, n - номер азимутальної просторової гармоніки поля, $N = \frac{2\pi}{\alpha}$ - число резонаторів магнетронного блоку, α - кут розкриття одного сегмента анодного блоку, що є і періодом системи,

Рівність нулю тангенціальної компоненти електричного поля або нормальної похідної від магнітної складового поля H_z , як випливає з (3.36), на зазначених границях дозволяє записати функції $R_n^1(r)$ й $R_s^2(r)$ у більш простому вигляді, а саме:

$$R_n^1(r) = a_n \left[N'_{p_n}(kr_k) J_{p_n}(kr) - N_{p_n}(kr) J'_{p_n}(kr_k) \right], \quad (3.34a)$$

$$R_s^2(r) = c_s \begin{bmatrix} N'_{q_s}(k(r_a + h)) J_{q_s}(kr) - \\ - N_{q_s}(kr) J'_{q_s}(k(r_a + h)) \end{bmatrix}. \quad (3.35a)$$

Невідомі коефіцієнти a_n, c_s , що залишилися невизначеними, знаходимо із граничних умов для H_z і E_φ полів на межі двох виділених областей 1 й 2 при $r = r_a$. Ці компоненти повинні бути безперервними при переході цієї граничної поверхні. Запишемо ці граничні умови на одному періоді системи у вигляді:

$$H_z^1 = H_z^2 \text{ при } r = r_a \quad ; \quad |\varphi| < \frac{\alpha\theta}{2} \quad (3.37)$$

$$E_\varphi^1 = \begin{cases} 0 & \text{при } r = r_a \quad ; \quad \frac{\alpha\theta}{2} < |\varphi| < \frac{\alpha}{2}, \\ E_\varphi^2 & \text{при } r = r_a \quad ; \quad |\varphi| < \frac{\alpha\theta}{2}. \end{cases}$$

Використовуючи виписані вище граничні умови для компонентів поля H_z й E_φ , одержимо таку систему функціональних рівнянь для невідомих коефіцієнтів a_n і c_s , що за виглядом близька до аналогічної, знайденої в попередньому параграфі, а саме:

$q_s = \frac{\pi s}{\alpha\theta}$ - азимутальне хвильове число в щілинних резонаторах області 2, $\alpha\theta$ - кут розкриття щілинного резонатора, θ - відносна ширина щілинного резонатора по азимутальній координаті φ , $l = 0, 1, 2, \dots, N - 1$ - номер резонатора, відлічуваний від початку координат в азимутальному напрямку. З (3.30) одержимо рівняння Бесселя для визначення функцій R_n^1

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial R_n^1}{\partial r} \right) - \frac{p_n^2}{r^2} R_n^1 + k^2 R_n^1 = 0. \quad (3.33)$$

Для функції R_s^2 рівняння (3.33) має аналогічний вигляд, тільки замість азимутального хвильового числа p_n слід розуміти хвильове число q_s . Рішення рівняння Бесселя для двох областей має такий вигляд:

$$R_n^1(r) = a_n J_{p_n}(kr) + b_n N_{p_n}(kr), \quad (3.34)$$

$$R_s^2(r) = c_s J_{q_s}(kr) + d_s N_{q_s}(kr). \quad (3.35)$$

Тут $J_{p_n}(kr)$, $J_{q_s}(kr)$ - функції Бесселя першого роду, $N_{p_n}(kr)$, $N_{q_s}(kr)$ - функції Бесселя другого роду (функції Неймана), a_n, b_n, c_s, d_s - невідомі коефіцієнти, що треба визначити з граничних умов для електромагнітних полів. Якщо скористатися граничними умовами на металевих поверхнях двох областей, а саме рівністю нулю тангенціальної компоненти електричного поля на поверхнях $r = r_k$ (область 1) і $r = r_a + h$ (область 2), то один з коефіцієнтів у виразах (3.34) і (3.35) можна виключити. З рівнянь Максвелла випливає зв'язок магнітної компоненти поля H_z з тангенціальною компонентою електричного поля E_φ

$$E_\varphi = i \frac{\omega\mu_0}{r} \frac{\partial H_z}{\partial r}. \quad (3.36)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n L_{p_n}(k) e^{ip_n\varphi} = \sum_{s=0}^{\infty} c_s Z_{q_s}(k) \cos q_s \left(\varphi + \frac{\alpha\theta}{2} \right), \quad |\varphi| < \frac{\alpha\theta}{2}. \quad (3.38)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \bar{L}_{p_n}(k) e^{ip_n\varphi} = 0, \quad \frac{\alpha\theta}{2} < |\varphi| < \frac{\alpha}{2}, \quad (3.39)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \bar{L}_{p_n}(k) e^{ip_n\varphi} = \sum_{s=0}^{\infty} c_s \bar{Z}_{q_s}(k) \cos q_s \left(\varphi + \frac{\alpha\theta}{2} \right), \quad |\varphi| < \frac{\alpha\theta}{2}. \quad (3.40)$$

У цих рівняннях уведені такі позначення:

$$\begin{aligned} L_{p_n}(k) &= \left[N'_{p_n}(kr_k) J_{p_n}(kr_a) - N_{p_n}(kr_a) J'_{p_n}(kr_k) \right], \\ \bar{L}_{p_n}(k) &= \left[N'_{p_n}(kr_k) J'_{p_n}(kr_a) - N_{p_n}(kr_a) J_{p_n}(kr_k) \right], \\ Z_{q_s}(k) &= \left[N'_{q_s}(k(r_a + h)) J_{q_s}(kr_a) - N_{q_s}(kr_a) J'_{q_s}(k(r_a + h)) \right], \\ \bar{Z}_{q_s}(k) &= \left[N'_{q_s}(k(r_a + h)) J'_{q_s}(kr_a) - N_{q_s}(kr_a) J_{q_s}(k(r_a + h)) \right]. \end{aligned}$$

Система функціональних рівнянь (3.38)–(3.40) зводиться до системи лінійних алгебраїчних рівнянь за допомогою методу Фур'є, якщо скористатися ортогональністю власних функцій $\exp(ip_n\varphi)$ і $\cos q_s \left(\varphi + \frac{\alpha\theta}{2} \right)$ на своїх періодах по координаті φ . З рівняння (3.38) знаходимо, використовуючи ортогональність функцій $\cos q_s \left(\varphi + \frac{\alpha\theta}{2} \right)$ на її періоді $|\varphi| < \frac{\alpha\theta}{2}$, одну із системи послідовностей рівнянь щодо невідомих c_s й a_n , а саме:

$$c_s Z_{q_s}(k) = \frac{2}{\alpha\theta} (2 - \delta_0^s) \sum_{v=-\infty}^{\infty} a_v L_{p_v}(k) \frac{p_v \sin \frac{\alpha\theta}{2} (p_v - q_s)}{p_v^2 - q_s^2}. \quad (3.41)$$

Тут $\delta_0^s = \begin{cases} 1 & \text{при } s = 0, \\ 0 & \text{при } s \neq 0 \end{cases}$ - символ Кронекера.

З рівнянь (3.39) і (3.40) одержимо іншу систему рівнянь, якщо скористатися ортогональністю функцій на іншому періоді, а саме:

$$a_n \bar{L}_{p_n}(k) = \frac{2}{\alpha} p_n \sum_{s=0}^{\infty} c_s \bar{Z}_{q_s}(k) e^{i \frac{\pi s}{2}} \frac{\sin \frac{\alpha\theta}{2} (p_n - q_s)}{p_n^2 - q_s^2}. \quad (3.42)$$

Підставимо в це рівняння коефіцієнт c_s із рівняння (3.41), тоді одержимо однорідну нескінченну систему рівнянь другого роду щодо невідомих коефіцієнтів a_n :

$$a_n - \sum_{v=-\infty}^{\infty} a_v P_{nv} = 0, \quad (3.43)$$

де матричні елементи системи рівнянь P_{nv} визначаються за виразом:

$$P_{nv} = 4 \frac{p_n p_v}{\theta \alpha^2} \frac{L_{p_v}(k)}{\bar{L}_{p_n}(k)} \sum_{s=-\infty}^{\infty} (2 - \delta_s^0) \frac{\bar{Z}_{q_s}(k)}{Z_{q_s}(k)} \times \frac{\sin \frac{\alpha\theta}{2} (p_v - q_s)}{p_v^2 - q_s^2} \frac{\sin \frac{\alpha\theta}{2} (p_n - q_s)}{p_n^2 - q_s^2}. \quad (3.44)$$

Нетривіальні рішення однорідної системи лінійних алгебраїчних рівнянь існують, коли її визначник дорівнює нулю. Ця умова й визначає дисперсійне рівняння для знаходження власних зна-

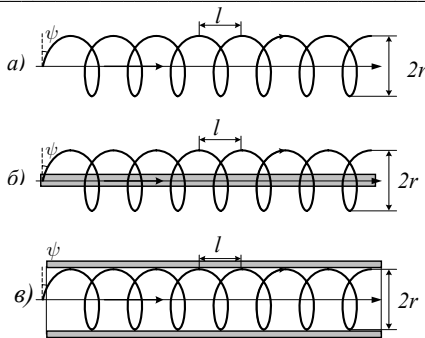


Рис. 3.8. Моделі спіральних систем

чиповим характером, оскільки опір зв'язку з укороченням довжини хвилі різко спадає.

У математичному відношенні розрахунок дисперсійних характеристик таких систем викликає певні труднощі, тому що наявність спіралі потребує урахування під час розв'язку електродинамічної задачі не тільки двох можливих типів хвиль у системі, але й складних граничних умов у площині розташування спіралі. У зв'язку із цим для розрахунку таких систем використовують різні наближені моделі.

Однією з таких моделей є модель циліндра радіуса r_a , що проводить струм тільки в напрямку кута намотки металеві спіралі, що становить кут ψ із площиною, розташованою перпендикулярно його вісі (рис. 3.9). Така модель досить правильно відбиває всі властивості спіральної системи при густій її намотці, тобто для малих кутів її намотки ψ .

Спрощена модель дозволяє розглядати симетричні за азимутальною координатою φ поля (тобто вважати, що $\frac{\partial}{\partial \varphi} \equiv 0$), хоча поділ хвиль на два типи (E_z і H_z або, що те саме, TM - та

чень хвильового числа k кільцевої періодичної структури. Як показує аналіз дисперсійного рівняння (3.44) і виразів для електромагнітних полів у просторі взаємодії (3.31), індекс m визначає номер виду власних коливань у системі. Кількість видів коливань у системі залежить від кількості сегментів анодного блоку. Кожен вид коливань складається з нескінченного набору просторових гармонік поля, обумовлених числом n . Для парної кількості резонаторів N в анодному блоці індекс m задовольняє умові $0 \leq m \leq \frac{N}{2}$. При їхній непарній кількості N індекс

m знаходиться в інтервалі значень $0 \leq m \leq \frac{N-1}{2}$. Якщо значення індексу m дорівнює $\frac{N}{2}$, то це відповідає π -виду коливань.

У цьому випадку фаза поля в сусідніх резонаторах відрізняється на π . Цей вид коливань фактично є основним при роботі магнетронних генераторів. На практиці коливальна система магнетрона обмежена по вісі Oz торцевими площинами. Тому безперервне хвильове число в дисперсійному рівнянні k необхідно замінити дискретним поперечним хвильовим числом, не прибігаючи до розв'язку тривимірної задачі.

Перейдемо до розгляду спіральної сповільню вальної структури, яка використовується в нерезонансних приладах НВЧ типу ЛБХ або ЛЗХ.

3.4. Спіральна система

У нерезонансних підсилювачах типу ЛБХ найчастіше інших використовуються спіральні системи, що сповільнюють хвилі, різновиди яких зображені на рис. 3.8. Такі системи в основному розраховані на застосування в ЛБХ сантиметрового діапазону хвиль. Просування їх у короткохвильову частину діапазону пов'язане як з технологічними труднощами, зумовленими їхнім виготовленням і проблемою тепловідводу, так і прин-

TE -хвилі) у такій системі не відбувається, вони присутні в ній одночасно, тому що пов'язані одна з одною. Перейдемо до ри-

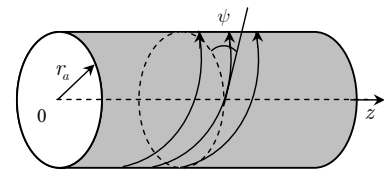


Рис. 3.9. Модель спіральнопровідного циліндра

шення рівнянь Гельмгольца, які для цього випадку й симетричних за азимутом хвиль мають однаковий вигляд як для E_z -, так і для H_z -хвиль. Випишемо одне із цих рівнянь для E_z -хвиль у циліндричних координатах

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial E_z}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} + k^2 E_z = 0. \quad (3.45)$$

Тут, як і раніше, $k^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$ (ϵ_0 і μ_0 - діелектрична й магнітна проникності вакууму в практичній системі одиниць).

Розв'язок рівняння Гельмгольца будемо шукати для двох часткових областей: усередині циліндра ($r \leq r_a$ - 1-ша область) і поза циліндром ($r \geq r_a$ - 2-га область). З огляду на те, що E_z - і H_z -хвилі поширюються вздовж спірального циліндра із шуканою постійною поширення β , запишемо рішення для цих типів хвиль у кожній із виділених областей у вигляді:

$$\begin{aligned} E_z^1 &= A^e I_0(\zeta r) \exp i(\beta z), \\ H_z^1 &= A^h I_0(\zeta r) \exp i(\beta z), \end{aligned} \quad (3.46)$$

$$\begin{aligned} E_z^2 &= B^e K_0(\zeta r) \exp i(\beta z), \\ H_z^2 &= B^h K_0(\zeta r) \exp i(\beta z). \end{aligned} \quad (3.47)$$

Тут $\zeta = \sqrt{k^2 - \beta^2}$ - поперечне хвильове число, $I_0(x)$ і $K_0(x)$ (у модифіковані функції Бесселя першого й другого роду відповідно, які мають такі властивості:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} I_0(x) &= 1, & \lim_{x \rightarrow \infty} I_0(x) &= \infty, \\ \lim_{x \rightarrow 0} I_1(x) &= 0, & \lim_{x \rightarrow \infty} I_1(x) &= \infty, \\ \lim_{x \rightarrow 0} K_0(x) &= \infty, & \lim_{x \rightarrow \infty} K_0(x) &= 0, \\ \lim_{x \rightarrow 0} K_1(x) &= \infty, & \lim_{x \rightarrow \infty} K_1(x) &= 0. \end{aligned}$$

Інші тангенціальні складові електромагнітних полів у циліндричній системі координат пов'язані з виділеними компонентами полів E_z і H_z через рівняння Максвелла за відомими формулах:

$$\begin{aligned} H_\varphi &= -i \frac{\omega \varepsilon_0}{\zeta^2} \frac{\partial E_z}{\partial r}, \\ E_\varphi &= i \frac{\omega \mu_0}{\zeta^2} \frac{\partial H_z}{\partial r}. \end{aligned} \quad (3.48)$$

У рамках обраної моделі спіральнопровідного циліндра граничні умови, необхідні для визначення невідомих коефіцієнтів у виразах для полів (3.46), (3.47), формулюються в такому вигляді:

1. Тангенціальні компоненти електричного поля E_z та E_φ безперервні на межі двох областей при $r = r_a$.

2. Тангенціальні компоненти електричного поля при нескінченній провідності циліндра в напрямку намотки спіралі, у якому протікає високочастотний струм, дорівнюють нулю, тобто $E_z \sin \psi + E_\varphi \cos \psi = 0$.

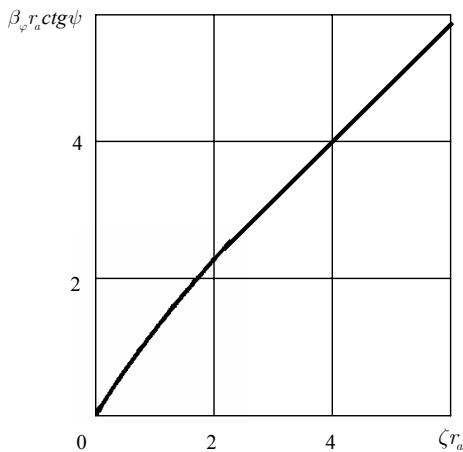


Рис. 3.10. Дисперсійні характеристики спіральної структури

На рис. 3.10 наведено графік дисперсії (рівняння (3.52)) - залежності βr_a від функції $r_a k \cdot \text{ctg} \psi$, що можна використати для графічного знаходження залежності фазової швидкості хвилі v_φ від частоти при заданій геометрії спіралі (r_a і ψ). Якщо співвідношення між довжиною сповільненої хвилі λ_3 і геометричними розмірами системи такі, що виконується нерівність $\zeta a \gg 1$, тоді рівняння (3.52) спрощується, тому що функції Бесселя можна замінити їх асимптотичними значеннями

$$\frac{I_0(\zeta r_a) K_0(\zeta r_a)}{I_1(\zeta r_a) K_1(\zeta r_a)} \rightarrow 1.$$

За виконання умов $\beta^2 > k^2$ і $k r_a \gg 1$ виписане дисперсійне рівняння (2.52) переходить у наближене:

3. Тангенціальна складова магнітного струму в напрямку провідності поверхні циліндра $H_z \sin \psi + H_\varphi \cos \psi$ безперервна на межі областей, тому що в перпендикулярному до неї напрямку в вибраній моделі струм відсутній.

Використовуючи сформульовані в пп. 1, 2, 3 граничні умови на ідеально провідній спіральній поверхні ($r = r_a$), одержимо такі рівняння для знаходження невідомих коефіцієнтів. З першої умови знаходимо:

$$\begin{aligned} A^e I_0(\zeta r_a) - B^e K_0(\zeta r_a) &= 0, \\ A^h I_1(\zeta r_a) + B^h K_1(\zeta r_a) &= 0. \end{aligned} \quad (3.49)$$

Застосування другої умови приводить до рівняння:

$$A^e I_0(\zeta r_a) \sin \psi - i A^h \frac{\omega \mu_0}{\zeta} \cos \psi = 0. \quad (3.50)$$

І, нарешті, використовуючи третю умову, одержимо:

$$\begin{aligned} (A^h I_0(\zeta r_a) - B^h K_0(\zeta r_a)) \sin \psi + \\ + i (B^e K_1(\zeta r_a) + A^e I_1(\zeta r_a)) \cos \psi = 0. \end{aligned} \quad (3.51)$$

Таким чином, із представлених чотирьох рівнянь можна виключити чотири невідомі коефіцієнти A^e , A^h , B^e , B^h й одержати дисперсійне рівняння для знаходження невідомого хвильового числа β .

$$(\zeta r_a)^2 \frac{I_0(\zeta r_a) K_0(\zeta r_a)}{I_1(\zeta r_a) K_1(\zeta r_a)} - (k r_a \text{ctg} \psi)^2 = 0. \quad (3.52)$$

Розв'язок цього дисперсійного рівняння визначає дисперсію розглянутої періодичної системи (залежність поздовжнього хвильового числа $\beta = \sqrt{k^2 + \zeta^2}$ від хвильового числа у вільному просторі k , тобто $\beta = f(k)$) при довільних співвідношеннях між довжиною хвилі λ й геометричними розмірами спіралі.

$$\zeta^2 = \beta^2 - k^2 = (k \text{ctg} \psi)^2. \quad (3.53)$$

З огляду на простий зв'язок постійної поширення β з фазовою швидкістю v_φ сповільненої хвилі при заданій частоті ω $\beta = \frac{\omega}{v_\varphi}$ можна одержати, використовуючи (3.53), простий вираз для фазової швидкості хвилі v_φ , а саме:

$$\frac{v_\varphi}{c} = \frac{k}{\sqrt{k^2 + \zeta^2}} \approx \sin \psi. \quad (3.54)$$

Із цього виразу випливає, що фазова швидкість хвилі не залежить від частоти і повністю визначається кутом намотки спіралі ψ . Аналіз рівняння (3.52) показує, що при не дуже великих значеннях величини ζ (див. рис. 3.11) фазова швидкість хвилі залежить від частоти так, що з її зростанням спадає, тобто спіральна сповільнювальна система має нормальну дисперсію відповідно до її класифікації згідно з формулою Релея. При великих значеннях ζ , як показано вище, фазова швидкість хвилі є сталою величиною.

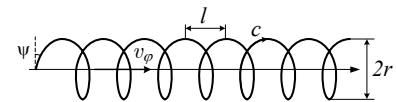


Рис. 3.11. Спіральна система

Формулу (3.54) можна одержати, не використовуючи розв'язок електродинамічної задачі, із простих фізичних міркувань.

У першому наближенні можна вважати, що на поширення хвилі струму вздовж спіралі не впливають наведені на сусідніх витках спіралі струми. Ясно, що швидкість хвилі струму вздовж провідника спіралі дорівнює швидкості світла c . При переміщенні вздовж спіралі хвиля проходить на одному витку спіралі

шлях довжиною $L = \sqrt{(2\pi r_a)^2 + l^2}$. При цьому вздовж вісі спіралі (вісь Oz) її проекція зміщується на один крок l (r_a – радіус спіралі). Час поширення хвилі вздовж спіралі та її проекції на вісь Oz однакові. Використовуючи це, одержимо, що фазова швидкість хвилі вздовж вісі Oz буде в $\frac{L}{l}$ раз менша від швидкості світла c :

$$v_\varphi = c \frac{l}{L}.$$

Сповільнення хвилі визначається коефіцієнтом сповільнення n :

$$n = \frac{c}{v_\varphi} = \frac{L}{l} = \frac{\sqrt{(2\pi r_a)^2 + l^2}}{l} = \frac{1}{\sin \psi},$$

Якщо намотка спіралі густа ($l \ll 2\pi r_a$), то коефіцієнт сповільнення n буде дорівнювати:

$$n \cong \frac{2\pi r_a}{l} = ctg \psi.$$

Звідси видно, що коефіцієнт сповільнення n не залежить від довжини хвилі λ й повністю визначається кроком намотки спіралі, тобто кутим ψ .

Розрахунки показують, що результати, отримані з наближеного дисперсійного рівняння, мало відрізняються від результатів розрахунку дисперсійного рівняння, отриманого розв'язку однорідного рівняння Гельмгольца для спіралі (3.52).

Представлені в цьому розділі основи теорії деяких періодичних структур електронних приладів НВЧ, отримані аналітичні дисперсійні рівняння і їхній аналіз дають певне уявлення про дисперсійні властивості різних коливальних систем НВЧ-електроніки як О-типу, так і М-типу.

лівій частині каретки. Шаг гвинта каретки становить 1 мм, розподіл на лімбі гвинта дозволяє відлічувати переміщення зонда з точністю до 0.1 мм.

Досліджувана гребінчаста періодична система закріплюється на стійці каретки. Геометричні розміри гребінки вибираються такими: період структури $l = 3.0$ мм, глибина канавки $h = 6$ мм, ширина канавки $d = 2.0$ мм, загальна довжина гребінки дорівнює 250 мм.

Завдання й порядок виконання роботи

1. Розрахувати дисперсійні залежності гребінки в діапазоні від 3 до 5 см (з боку коротких хвиль знайти теоретичну точку кінця смуги пропускання за спрощеною формулою).
2. Зібрати схему для вимірювання (рис. 3.12).
3. Зняти залежність довжини хвилі над гребінкою від довжини хвилі в діапазоні 8820 ÷ 10450 Мгц. Відзначити точку мінімуму (відсутність) сигналу на виході гребінки.
4. Для довжини хвилі 3.2 см побудувати по точках рисунок для амплітуди стоячих хвиль.
5. Порівняти теоретично розраховані й експериментальні криві й визначити частоту запирання для хвилі.
6. Порівняти експериментальні й теоретичні значення частоти смуги пропускання й запирання, а також пояснити причину їхньої розбіжності.

Оформлення звіту

1. Накреслити структурну схему вимірів.
2. Побудувати дисперсійні криві.
3. Побудувати по точках рисунки для розподілу поля вздовж гребінки.
4. Порівняти розрахункові й експериментальні дані.
5. Визначити за отриманими дисперсійними характеристиками вид дисперсії й проаналізувати її.

Лабораторна робота 1

Мета роботи: вивчення дисперсійних характеристик періодичної сповільнювальної структури.

Опис експериментальної установки

Для експериментального визначення дисперсійних характеристик періодичних структур розглядаємо випадок поверхневих хвиль $\beta_0^2 > k^2$. Хвиля поширюється вздовж структури, а в поперечному напрямку згасає по експоненті, віддаляючись від поверхні гребінки. Тому можна використовувати отримані вище результати й для відкритої гребінки без верхнього екрана. Як зонд використовується петля зв'язку, у якій наводиться високочастотний струм складового поля H_x .

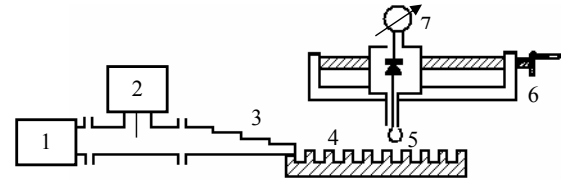


Рис. 3.12. Схема експериментальної установки

Експериментальна установка (див. рис. 3.12) складається із клістронного генератора 1, хвилеміра 2, перехідної східчастої узгоджувальної секції 3, досліджуваної періодичної системи (гребінки) 4, зонда з детектором 5, укріпленого на рухливій каретці 6, і вимірювального підсилювача (В2-4) 7. Дослідження проводимо в трисантиметровому діапазоні довжин хвиль.

Використовуємо генератор типу Г4-126. Перехідна секція являє собою східчастий трансформатор, що складається із шести сходинок у яких вузька стінка прямокутного хвилеводу змінюється від 10 до 4 мм. Зонд із детектором закріплюється на рух-

Лабораторна робота № 2

Мета роботи: дослідження частотного спектра багаторезонаторного магнетрона.

Теоретична частина

Як зазначалося вище, в анодному блоці магнетрона можуть використовуватися найрізноманітніші форми резонаторів: резонатор типу щілина-отвір, резонатор лопаткового типу, щілинні резонатори.

Резонансна область взаємодії в магнетроні розташована між циліндричним катодом і анодним блоком. Природно, що в такому резонаторі може збуджуватися певне число резонансних частот, яким відповідають різні розподіли високочастотного поля, як за кутовою, так і радіальною змінними. Число варіацій високочастотного поля по азимутальній (кутовій) змінній, як зазначалося вище, визначає вид коливання в магнетроні, кожний з яких збуджується на власній частоті.

Для розрахунку власних частот магнетрона можна використовувати як електродинамічний метод, так і метод еквівалентних схем із зосередженими параметрами (наприклад, резонатор клістронного типу (див. розділ 2). Розрахунки за допомогою метода еквівалентних схем в методичному плані найбільш прості й достатні для якісної оцінки точності. Продемонструємо застосування метода еквівалентних схем для розрахунку резонансних частот магнетрона с резонансним блоком типу щілина-отвір (див. розділ 7 рис. 7.22). У розрахунках треба відізнати резонансну область кожного сегмента анодного блока, яка складається з індуктивності (отвір резонатора) і ємності (щілина резонатора), і область простору взаємодії, що знаходиться між анодним боком та катодом. Провідність резонансної камери анодного блока можна визначити через еквівалентну схему в вигляді паралельного контуру, що складається з індуктивності L та ємності C . Повну високочастотну провідність такого кон-

туру, як відомо з теорії НВЧ-ланцюгів, можна записати в вигляді:

$$Y_r = i(\omega C - \frac{1}{\omega L}).$$

Резонансна власна частота такого резонансного контуру визначається величиною:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Еквівалентну схему простору взаємодії можна зобразити в вигляді, коли враховується тільки ємність C_1 між катодом і сегментами анодного блока, нехтуючи ємністю та індуктивністю між сусідніми сегментами анодного блока. Фактично така система представляє багатополосник, що складається з послідовності ідентичних контурів. У резонансі провідності простору взаємодії і резонансної камери анодного блока для кожної пари в просторі взаємодії дорівнюють за значенням одна одній. Далі можна вважати, що наведений височастотний струм I_p і напруга U_p для кожної такої пари (індекс p) відрізняються від таких же значень другої сусідньої пари тільки фазою, причому різниця фаз є сталою величиною для всієї системи. Такі припущення дозволяють обчислити вхідну провідність простору взаємодії на основі законів Кірхгофа для НВЧ-ланцюгів (рис. 3.13).

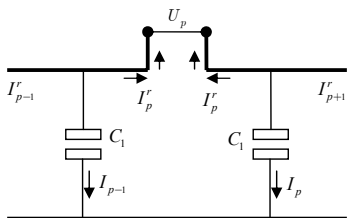


Рис. 3.13. Еквівалентна схема для сусідніх сегментів магнетрона

$$i(\omega C - \frac{1}{\omega L}) = \frac{i\omega C_1}{2(1 - \cos 2\pi \frac{m}{N})}.$$

Вводячи позначення $\rho = \frac{C_1}{C}$, одержимо для резонансної частоти m -го виду коливань такий вираз:

$$\omega_m = \omega_0 \left[1 + \frac{\rho}{2(1 - \cos 2\pi \frac{m}{N})} \right]^{\frac{1}{2}},$$

Коливання із номером $m = \frac{N}{2}$ і різницею фаз між сусідніми сегментами π , як зазначалось вище, називають π -видом.

Опис експериментальної установки

В лабораторній роботі використовується метод резонансного поглинання потужності сигналу при резонансі частот сигналу і електродинамічної системи магнетрона, в якому найбільш суттєвим є використання автоматичного вимірювача КСХН і послаблення.

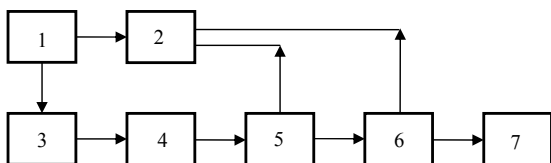


Рис. 3.14 Блок-схема експериментальної установки

$$I_{p-1}^n = I_p^r - I_{p-1}^r; I_p^n = I_{p+1}^r - I_p^r; U_{ab} = \frac{I_{p-1}^n}{i\omega C_1}; U_{cd} = \frac{I_p^n}{i\omega C_1};$$

$$U_p = U_{ab} - U_{cd}; U_p = \frac{I_{p-1}^n - I_p^n}{i\omega C_1} = \frac{2I_p^r - (I_{p-1}^r + I_{p+1}^r)}{i\omega C_1};$$

Струм на вході двох сусідніх двополосників області простору взаємодії відрізняються між собою лише фазою, тобто

$$I_{p-1}^r = I_p^r e^{-i\phi}; I_{p+1}^r = I_p^r e^{i\phi};$$

Використовуючи ці співвідношення для НВЧ-струмів, знайдемо для НВЧ-напруги та вхідної провідності Y_p на кожному сегменті анодного блока такі вирази:

$$U_p = I_p^r \frac{2 - (e^{i\phi} + e^{-i\phi})}{2i\omega C_1},$$

$$Y_p = \frac{I_p^r}{U_p} = \frac{i\omega C_1}{2(1 - \cos\phi)}.$$

Анодний блок складається з N резонаторів, тому набір фази поля по колу для замкнутої циліндричної періодичної системи визначається за умовою $e^{iN\phi} = 1$. Звідси випливає рівність:

$$N\phi = 2\pi m, \text{ де } m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \frac{N}{2}.$$

У кінцевому вигляді вираз для вхідної провідності Y_p зводиться до такого:

$$Y_p = \frac{i\omega C_1}{2(1 - \cos 2\pi \frac{m}{N})}$$

Резонансні частоти різних типів коливань визначаються за умовою рівності провідності резонатора і вхідної провідності простору взаємодії, тобто:

Вимірювальна установка складається (рис. 3.14) з генератора хитної частоти ГКЧ-57 (1) з височастотним блоком № 5, що працює в діапазоні хвиль 8,15 ÷ 12,5 ГГц, індикатора КСХН і послаблення Я2Р-67 (2). Генератор через коаксіальний кабель (3) і коаксіально-хвилеводний перехід (4) приєднується до хвилеводного тракту перерізом 10×23 мм, до якого входять направлені відгалужувачі (5) і (6), зібрані за схемою вимірювання КСХН, і досліджуваний магнетрон М-849.

Вимірювання резонансних частот проводиться за стандартною методикою, при цьому треба звертати увагу на добротність коливань та на величину поглинання потужності сигналу для кожного резонансу.

Завдання і порядок виконання роботи

1. Ознайомитись з блок-схемою установки для вимірювання резонансних частот за допомогою вимірювача КСХН і послаблення.
2. Знайти експериментально резонансні частоти і побудувати графік залежності $\omega = f(m)$, де m – номер виду коливань.
3. Розрахувати теоретично резонансні частоти за допомогою наведених вище формул, використовуючи для цього значення параметра $\rho=0.5$.
4. Провести порівняння теоретичних розрахунків і даних експерименту.
5. Проаналізувати отримані результати.

Оформлення звіту

1. Накреслити структурну схему вимірювальної установки.
2. Привести результати розрахунків резонансних частот.
3. Порівняти розрахункові й експериментальні дані.
4. Визначити резонансну частоту π -виду і накреслити просторовий розподіл поля.

Контрольні запитання

1. Сформулювати теорему Флоке.
2. Що таке фазова й групова швидкість і чим вони відрізняються?
3. Пояснити фізичне розуміння режиму поверхневих й об'ємних хвиль.
4. Які види дисперсії існують?
5. Одержати формули Релея.
6. Пояснити наявність смуг пропускання й замикання хвиль.
7. Чим принципово відрізняються дисперсійні криві для нескінченної і скінченної періодичної структури?
8. Що таке опір зв'язку?
9. Як в експерименті визначити область переходу від режиму поверхневих хвиль до режиму об'ємних хвиль?
10. Який тип хвиль поширюється в спіральній системі?
 11. Знайти наближену формулу для фазової швидкості в спіральній системі.
12. Пояснити види коливань у магнетронній системі.

Рекомендована література

1. *Вайнштейн Л. А.* Электромагнитные волны. – М.: Сов. радио, 1957. – 581 с.
2. *Клеен В.* Введение в электронику сверхвысоких частот. - М.: Сов. радио, 1963, - 480 с.
3. *Тараненко З. И., Трохименко Я. К.* Замедляющие системы. – К.: Техника, 1965. – 307 с.
4. *Силин Р. А., Сазонов В. П.* Замедляющие системы. – М.: Сов. радио, 1966. – 632 с.
5. *Прокочук Ю. А., Сологуб В. Г.* Собственные колебания резонаторной системы магнетронного типа // Радиотехника: Республ. межвед. науч.-техн. сб. – Х., 1969. - Вып. 10. - С. 216-221.

6. *Третьяков О. А., Шматько А. А.* Исследование резонатора с дифракционными решетками при помощи собственных режимов периодических структур // Радиотехника: Республ. межвед. науч.-техн. сб. – Х., 1972. - Вып. 20. - С. 131-141.
7. *Дулин В. Н.* Электронные и квантовые приборы СВЧ. – М.: Энергия, 1972. – 224 с.
8. *Шестопалов В. П.* Дифракционная электроника. – Х.: Вища шк., 1976. – 232 с.
9. *Найденко В. И., Дубровка Ф. Ф.* Аксиально-симметричные периодические структуры и резонаторы. – К.: Вища шк., 1985. – 224 с.
10. *Шматько А. А., Одаренко Е. Н.* Электроника сверхвысоких частот. / Под ред. А. А. Шматько. – Х.: Факт, 2003. – 248 с.